

電磁誘導起爆法に関する理論的研究 (III)

谷口敬一郎, 井上 啓司, 山川 英二, 酒井 秀喜

電磁誘導起爆法において用いられる励磁用のループが、土地または海水のような導電性媒質に接して設置された場合、ループの中心点に生ずる磁界の強さは、 $\xi^2 = \pi f \mu_0 \sigma_1 a^2$ をパラメータとして、媒質が存在しないときの磁界に較べて小さくなることを前報で指摘した¹⁾。

しかし、ループの中心点以外の点に関しては、理論解が虚数を含む複雑な関数の無限積分で与えられており、初等関数の範囲で数値化することができなかった。本報告では、これ等の積分を電子計算機を用いて求める方法、ならびに得られた結果についての考察を述べている。

1. 緒 言

電磁誘導現象を利用する遠隔起爆法では、励磁用ループを土地あるいは海水のような半無限導電性媒質に近接して設置するのが普通である。このように、ループの付近に導電性媒質が存在する場合、ループによって作られた1次磁界により媒質の中に導電電流が流れ、この電流に起因して2次磁界が発生する。一般に2次磁界は1次磁界を打ち消すように作用するので、合成された磁界の強さは1次磁界に較べて小さくなる。

媒質の影響を受けるときの磁界は Maxwell の電磁方程式を解くことによって与えられるが、解の形が非常に複雑で、そのままでは実用的な解答が得られない。ただ、ループの中心点における磁界に関しては、諸条件が簡単になるので、初等関数の範囲内で計算可能な形式に導くことができ、この結果については

さきに報告した²⁾。

しかしながら、実用的な問題として、受信装置（プaster）はループ内の各点に分散して設置され、それぞれのプasterに雷管を発火させるための十分なエネルギーが供給されなければならない。すなわち、十分な磁界強度が必要とされる。このような設計・施工上の検討のために、励磁ループ付近の媒質の影響を考慮した磁界の分布を知っておくことはきわめて重要なことである。本報告では、電子計算機を利用してループ付近の各点における磁界を計算する方法ならびにその計算結果について考察を加えている。

2. 磁界の解

Fig. 1 に示されるように、空気と半無限媒質との境界面に平行に置かれた半径 a の円形ループに交流 I が流された場合、各磁界の成分は次式によって与えられる²⁾。

$$\left. \begin{aligned} H_{0z} &= \frac{aI}{2} \int_0^\infty \left(e^{-\lambda z} - \frac{\mu_{r1}\lambda - \sqrt{\lambda^2 - k_1^2}}{\mu_{r1}\lambda + \sqrt{\lambda^2 - k_1^2}} e^{-(z-2h)\lambda} \right) J_1(\rho\lambda) J_1(a\lambda) \lambda d\lambda, \\ H_{0x} &= \frac{aI}{2} \int_0^\infty \left(e^{-\lambda z} + \frac{\mu_{r1}\lambda - \sqrt{\lambda^2 - k_1^2}}{\mu_{r1}\lambda + \sqrt{\lambda^2 - k_1^2}} e^{-(z-2h)\lambda} \right) J_0(\rho\lambda) J_1(a\lambda) \lambda d\lambda, \quad +h > z > 0 \\ H_{1z} &= \frac{aI}{2} \int_0^\infty \frac{2\mu_{r1}\lambda \sqrt{\lambda^2 - k_1^2}}{\mu_{r1}\lambda + \sqrt{\lambda^2 - k_1^2}} e^{-\lambda z + (h-z)\sqrt{\lambda^2 - k_1^2}} J_1(\rho\lambda) J_1(a\lambda) d\lambda, \\ H_{1x} &= \frac{aI}{2} \int_0^\infty \frac{2\mu_{r1}\lambda^2}{\mu_{r1}\lambda + \sqrt{\lambda^2 - k_1^2}} e^{-\lambda z + (h-z)\sqrt{\lambda^2 - k_1^2}} J_0(\rho\lambda) J_1(a\lambda) d\lambda, \quad z > +h \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(1)$$

$$\left. \begin{aligned} H_{0z} &= \frac{aI}{2} \int_0^\infty \left(e^{-\lambda z} - \frac{\mu_{r1}\lambda - \sqrt{\lambda^2 - k_1^2}}{\mu_{r1}\lambda + \sqrt{\lambda^2 - k_1^2}} e^{-(z-2h)\lambda} \right) J_1(\rho\lambda) J_1(a\lambda) \lambda d\lambda, \\ H_{0x} &= \frac{aI}{2} \int_0^\infty \left(e^{-\lambda z} + \frac{\mu_{r1}\lambda - \sqrt{\lambda^2 - k_1^2}}{\mu_{r1}\lambda + \sqrt{\lambda^2 - k_1^2}} e^{-(z-2h)\lambda} \right) J_0(\rho\lambda) J_1(a\lambda) \lambda d\lambda, \quad +h > z > 0 \\ H_{1z} &= \frac{aI}{2} \int_0^\infty \frac{2\mu_{r1}\lambda \sqrt{\lambda^2 - k_1^2}}{\mu_{r1}\lambda + \sqrt{\lambda^2 - k_1^2}} e^{-\lambda z + (h-z)\sqrt{\lambda^2 - k_1^2}} J_1(\rho\lambda) J_1(a\lambda) d\lambda, \\ H_{1x} &= \frac{aI}{2} \int_0^\infty \frac{2\mu_{r1}\lambda^2}{\mu_{r1}\lambda + \sqrt{\lambda^2 - k_1^2}} e^{-\lambda z + (h-z)\sqrt{\lambda^2 - k_1^2}} J_0(\rho\lambda) J_1(a\lambda) d\lambda, \quad z > +h \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(2)$$

ただし、

$$k_1^2 = j\omega\mu_1\sigma_1 \dots\dots\dots(3)$$

である。

電磁誘導起爆法では、原理上垂直磁界を利用するのが普通であるから、上の解の中、 H_z 成分が重要視される。いま、ループが境界面に接して設置されたとすれば、 $h=0$ で、また $\mu_{r1} = \mu_1/\mu_0 \approx 1$ とみなされ、媒質中における垂直磁界は式(2)の第2式より、

昭和53年5月26日受理
 関西大学工学部土木工学科 〒564 吹田市千里山東3丁目

$$H_{1z} = \frac{aI}{2} \int_0^{\infty} \frac{2\lambda^2}{\lambda + \sqrt{\lambda^2 - k_1^2}} e^{-z\sqrt{\lambda^2 - k_1^2}} J_0(\rho\lambda) J_1(a\lambda) d\lambda \quad \dots\dots\dots(4)$$

と書かれる。

この形式の積分は k_1^2 が虚数であるため、初等関数の範囲内で直接的に計算することは困難である。ただ、ループの中心点 ($z=0, \rho=0$) では、指数項と

$$H_{1z} = \frac{1}{2a} \frac{j}{\xi^2} [3 + e^{-\xi} (\cos \xi + j \sin \xi) \{j2\xi^2 - 3(1-j) - 3\}] \dots\dots\dots(5)$$

ただし、

$$\xi^2 = \pi f \mu_0 \sigma_1 a^2 \dots\dots\dots(6)$$

であり、 f は交流の周波数、 σ_1 は媒質の導電率である。

ループの中心点における垂直磁界の性質は、このようにして明らかにされたが²⁾、この他の点における H_{1z} に関してはまったく未知であり、式(4)からの推測すら困難である。

3. 計算方法

式(4)において、被積分関数を

$$f(\lambda) = \frac{2\lambda^2}{\lambda + \sqrt{\lambda^2 - k_1^2}} e^{-z\sqrt{\lambda^2 - k_1^2}} J_0(\rho\lambda) J_1(a\lambda) d\lambda \dots\dots\dots(7)$$

とすると、 k_1^2 は純虚数であるから、つぎのように実数部と虚数部とに分離して表わすことができる。

$$H_{1z} = \frac{aI}{2} \left\{ \int_0^{\infty} f_1(\lambda) d\lambda + j \int_0^{\infty} f_2(\lambda) d\lambda \right\} \dots\dots\dots(8)$$

いま、 $\lambda_0=0$ として、

$$\lambda_0 < \lambda_1 < \lambda_2 \dots\dots < \lambda_n, \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \lambda_n \rightarrow \infty$$

なる λ_n に対して、

$$S_{1n} = \int_{\lambda_{n-1}}^{\lambda_n} f_1(\lambda) d\lambda, \quad S_{2n} = \int_{\lambda_{n-1}}^{\lambda_n} f_2(\lambda) d\lambda \dots\dots(9)$$

とすれば、

$$H_{1z} = \frac{aI}{2} \left(\sum_{n=1}^{\infty} S_{1n} + j \sum_{n=1}^{\infty} S_{2n} \right) \dots\dots\dots(10)$$

となり、式(9)は台形公式を用いて求められる。

$f_1(\lambda)$ ならびに $f_2(\lambda)$ はともに減衰振動型の関数であるから、十分に大きな λ_i 積分の上限とすれば、

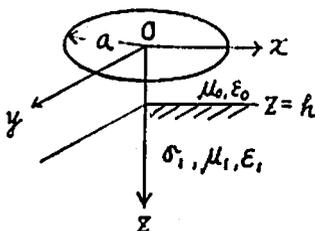


Fig. 1 Schematic diagram of circular loop and medium.

$J_0(\rho\lambda)$ が1となり、Bessel 関数に関する Sonine と Gegenbauer の公式等を用いることにより、つぎのような結果が導かれる。

$$H_{1z} = \frac{aI}{2} \left(\sum_{n=1}^i S_{1n} + j \sum_{n=1}^i S_{2n} \right) \dots\dots\dots(11)$$

とみなすことができる。この λ_i を求めるために、 $|f(\lambda)|$ の積分を考え、

$$A = \int_0^{\infty} |f(\lambda)| d\lambda = \int_0^{\infty} |f_1(\lambda) + j f_2(\lambda)| d\lambda = \sum_{n=1}^{\infty} A_n,$$

$$A_n = \int_{\lambda_{n-1}}^{\lambda_n} |f_1(\lambda) + j f_2(\lambda)| d\lambda$$

として、十分小さな ϵ に対し、 $A_n/A < \epsilon$ となるときの λ_n を λ_i とすることにより、式(11)の計算が完了するものとした。

4. 計算結果

(1) ループの中心軸上における磁界

ループの中心軸上では、 $\rho=0$ であり、磁界の成分は垂直分力のみとなり、式(4)は

$$H_{1z} = \frac{aI}{2} \int_0^{\infty} \frac{2\lambda^2}{\lambda + \sqrt{\lambda^2 - k_1^2}} e^{-z\sqrt{\lambda^2 - k_1^2}} J_1(a\lambda) d\lambda$$

となる。

Fig. 2 は $z/a=0, 0.5, 1.0$ の各点における磁界 $|H_{1z}|$ を前述の方法で計算した結果を示すもので、 ξ^2 をパラメータとし、磁界の強さは空气中における(媒質の影響のない)ループの中心における垂直磁界 H_{0c} との比で表わされている。図において、 $z/a=0$ の曲線は式(5)によって計算した第(II)報の Fig. 2 と完全に一致するので、この計算法の妥当性が確かめられる。媒質中における垂直磁界の例として、 $z/a=0.5$ ならびに 1.0 の深さにおける計算結果を図示しているが、いずれも中心点の磁界に較べて小さくなっている。しかし、もともと空气中においても、ループ面から遠ざかれば、第(I)報 Fig. 10 に示されるように磁界が小さくなるので、この関係を明らかにするために、その点における媒質中の磁界と空气中での磁界との比で表わしたのが Fig. 3 である。図から明らかなように、ループ面から遠ざかった軸上の点では、 ξ^2 の小さな値で磁界の低下が始まっているので、同一周波数、同一ループ径では、ループの面より深くなるほど媒質の影響を受ける度合いが大きいいといえる。

Fig. 4 は媒質を海水 ($\sigma_1=3.00/m$) とし、励磁用

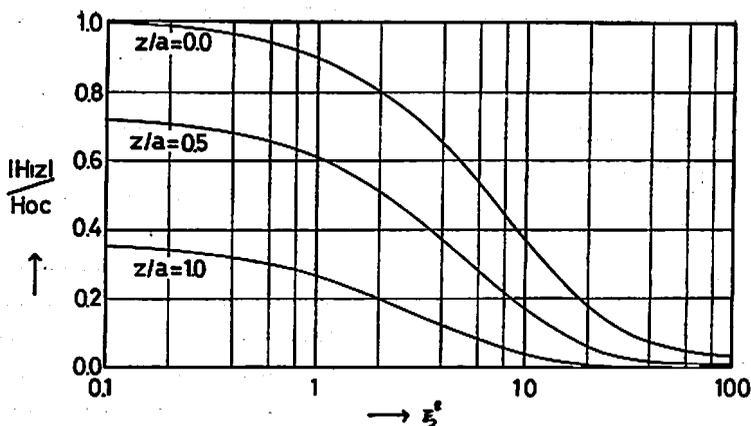


Fig. 2 Vertical components of magnetic field in the medium/in the air at the center of loop ($\rho=0$, $z/a=0, 0.5$ and 1.0)

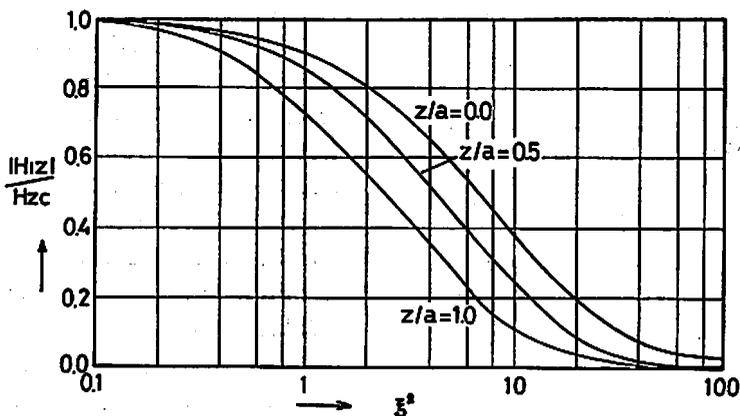


Fig. 3 Vertical components of magnetic field in the medium/in the air, at the same point ($\rho=0$, $z/a=0, 0.5$ and 1.0)

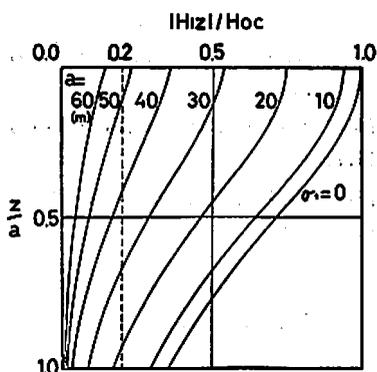


Fig. 4 Vertical components of magnetic field along the axis of loop ($f=550$ Hertz, $\sigma_1=3.0 \text{ g/m}$)

ループに流す交流の周波数を 550 ヘルツとした場合、種々の大きさのループについて、中心軸上における磁

界の変化を求めたものである。右端の $\sigma_1=0$ の曲線は空気中における磁界の変化を示している。いま、かりに海水中での磁界が、ループの中心点における空気中での垂直磁界 H_{0c} の $1/5$ 以上であれば、起爆に必要なエネルギーが得られるものとすれば、実施上のループ半径と深さの条件は、図に示される $|H_{1z}|/H_{0c} = 0.2$ の破線の右側の領域内にあるように定められなければならない。すなわち、海水の場合にはあまり大きな半径のループを使用するのは困難である。

(2) 垂直面内の磁界

円形ループの中心軸を含む垂直断面内における垂直磁界の分布を求めたものが Fig. 5 で、(a) はループ半径が 30m, (b) は 50m の場合を示す。前と同様に、 $\sigma_1=3.0 \text{ g/m}$, $f=550$ ヘルツとし、各点の磁界の強さと H_{0c} との比が等しい点を結んで等磁界曲線で表わしている。全般的な曲線の形状は比較的類似した傾向を示しているが、 $|H_{1z}|/H_{0c} > 0.2$ の範囲は $a=30$

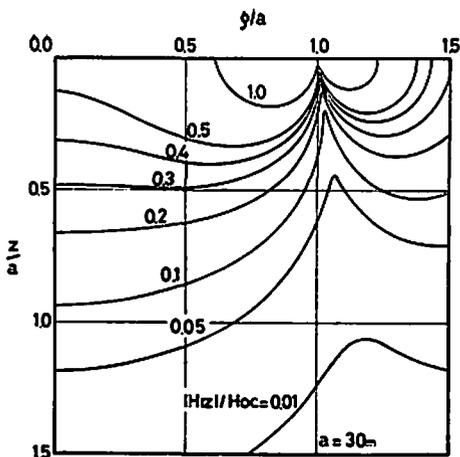


Fig. 5 (a) Distribution of Vertical components of magnetic field ($f=550$ Hertz, $\sigma_1=3.0\text{g/m}$, $a=30\text{m}$)

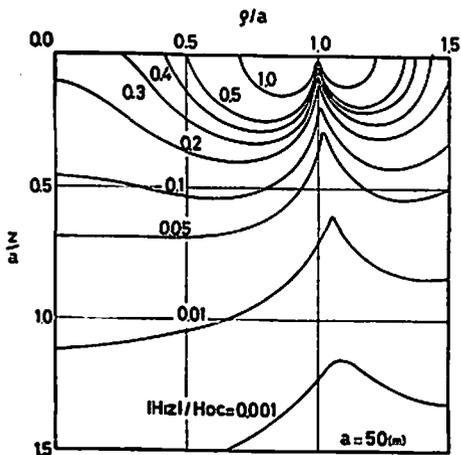


Fig. 5 (b) Distribution of vertical components of magnetic field ($f=550$ Hertz, $\sigma_1=3.0\text{g/m}$, $a=50\text{m}$)

m の場合に比べて 50m の方がかなり狭くなっていることに注意する必要がある。すなわち、同一条件の下では、ループ半径が大きくなるほど、深さ方向の有効

起爆範囲が狭くなることを教えている。もちろん、ループに流す電流を増加させて、 $|H_{1z}|/H_{0z}$ が 0.2 以下でも起爆に必要なエネルギーが得られる、とした場合には、この有効範囲も広がることになる。

5. 結 言

電磁誘導起爆法では、発破区域内に設置されたそれぞれのブラスターに、雷管を発火させるために必要なエネルギーが十分に供給されなければならない。このためには、各ブラスターが一定の強度以上の磁界内に位置するよう励磁用ループの大きさ、ループとブラスターの相対位置ならびにループ電流等の設計が行なわれるべきである。この場合、媒質の存在による磁界の低下に留意すべきで、普通の土地のような場合にはほとんど問題にならないが、海中における発破では、この点を無視すると重大な不発事故につながるおそれがある。

従来、この種の吟味は十分ではなかったが、電子計算機を利用した計算の結果、ループ周辺の磁界の強さを数値的に求めることができた。本文で述べたこの計算法は、周波数、媒質の導電率、ループの大きさのいかににかかわらず適用することができ、実際に使用する条件に応じて比較的容易に磁界の分布を予測することができる。今後は発破の施工に先だて、磁界の分布を予測計算し、確実な設計を期することが可能となったと思われる。

終りに、これら一連の理論的研究を遂行する機会を与えられ、また、懇切な御指導・御援助を賜った、財団法人総合安全工学研究所、運輸省第3港湾建設局、日本油脂株式会社の関係各位に深甚なる謝意を表するしだいである。

文 献

- 1) 谷口敬一郎：工業火薬協会誌，Vol. 37, No. 3, 144 (1976)
- 2) 谷口敬一郎：工業火薬協会誌，Vol. 38, No. 1, 3 (1977)
- 3) 谷口敬一郎：「中心誘導法に関する研究」(学位論文) (1960)

Theoretical Study on the Electromagnetic Firing Method (III)

by Keiichiro Taniguchi, Keiji Inoue, Eizi Yamakawa and Hideki Sakai

The strength of magnetic field at the center of exciting loop under the influence of the conductive medium had been discussed in the report (II). However, the solutions of magnetic field at the rest points are much complex, and it is very difficult to make numerical answers.

In this paper, the calculating method by the use of electronic computer and the some results are introduced. After the calculation, it becomes obviously that the effect of conductive medium increase with the distance from the center of loop.

(Kansai University, 3—10—1 Senriyama-higashi, Suita, Osaka)
