

Fig. 1 Examples of the progress of Complete method and Partial method (n:Size of test, i_0 :The number of starting level, i:The number of the characteristic stress level)

数がn回に満たなくても次のレベルに移動する。

一方、開始レベルにおいて「爆」が認められない場合には、昇方向の試験を行う。この場合には、両試験計画の間に差異が現れる。Complete methodにおいては、各レベルでn回の「不爆」を確認したのちレベルを上昇させ、「爆」を確認したレベルを $100 \times (1/n)\%$ 爆点とする。これに対し、Partial methodでは、各レベルで1回ずつの試験を行い、「爆」が確認されるまでレベルを上昇させたのち、n回の「不爆」が確認できるまでレベルを降下させる。ただし、降方向の試験では、昇方向の試験回数と合わせて試験サイズがn回となるように追加試験を行う(試験開始レベルより上側ではn-1回の追加試験を行うことになる)。Complete methodとPartial methodの概念をFig. 1に示す。

これらの試験計画に対し、Janswoudは爆点の分布を求める式を示した。この式をAppendix Aに示す。これらの式を用いて、レベル L_i (添え字はレベル番号)のストレスに対する試料の母爆発率 p_i が与えられれば、それぞれの試験計画での爆点の分布を求めることができる。

本論文では、Appendix Aに示した式に基づいて確率計算を行い、Complete methodとPartial methodの性質について検討を行う。確率計算においては、臨界ストレスが正規分布に従うと仮定して各レベルにおける母爆発率 p_i を求めた。臨界ストレスの分布と母爆発率 p_i との関係(感度曲線)をFig. 2に示す。この感度曲線を基に、各種の試験計画によって得られる $100 \times (1/6)\%$ 爆点の分布を計算した。臨界ストレスの分布として、一般性を失わないので、標準正規分布 $N(0, 1^2)$ を仮定した。このため、以下の記述に現れるストレス値はそのストレスレベルと臨界ストレスの分布の母平均との隔たりを母標準偏差を単位(シグマ)

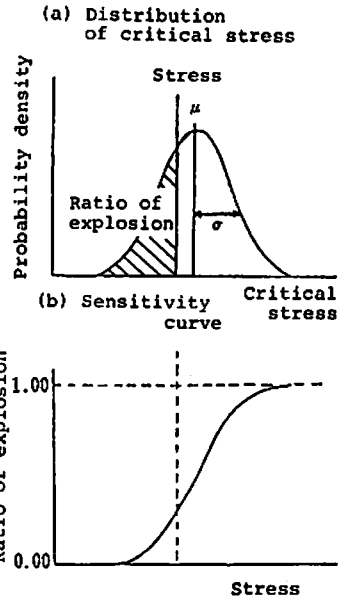


Fig. 2 Relation between the distribution of critical stress and the sensitivity curve

として表したものになっている。したがって、標準正規分布に対して計算した結果は、(1)式により、臨界ストレスが種々の母平均、母標準偏差の正規分布に従う場合にも読み替えることができる。

$$X = \mu + L \cdot \sigma \quad (1)$$

X: 対象とする臨界ストレスの値

μ : 母平均

σ : 母標準偏差

L: 標準化した分布におけるストレス値

3. 計算結果

JIS K 4810では、 $100 \times (1/6)\%$ 爆点による落つい感度や摩擦感度の等級分類が規定されている。そこで、

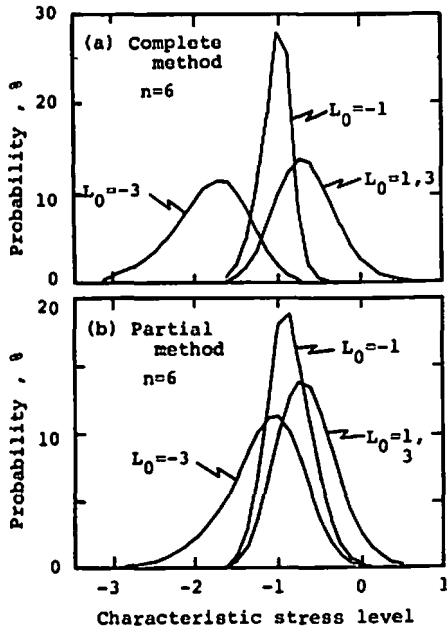


Fig. 3 Distribution of the characteristic stress level determined by Complete method and Partial method (n:Size of test, L_0 :Starting level)

以下の計算では、 $100 \times (1/6)\%$ 爆点を求める場合(試験サイズ $n=6$)を対象とした。なお、真の $100 \times (1/6)\%$ 爆点は -0.97 である。一方、試験で得られる $100 \times (1/6)\%$ 爆点の解像度(測定単位に相当する)は試験レベル間隔に大きく依存する。真の $100 \times (1/6)\%$ 爆点が -0.97 であることから、 $1 \sim 0.125$ シグマの試験レベル間隔を用いた場合について検討した。

Complete method と Partial method を試験サイズ $n=6$ 、レベル間隔を 0.125 (臨界ストレスの分布の母標準偏差の $1/8$)として実施した場合の $100 \times (1/6)\%$ 爆点の分布を、種々のレベルから試験を開始した場合について計算し、Fig. 3 に示した。 $100 \times (1/6)\%$ 爆点の分布は、開始レベルおよび試験計画によってかなり異なることが分かる。

種々のレベル間隔に対して、同様の計算を行い、得られた $100 \times (1/6)\%$ 爆点の分布を Fig. 4 に示した。

Fig. 4 より次のことがわかる。

- ① $100 \times (1/6)\%$ 爆点の中心は約 -1 であり、分布は 95% 区間で約 2 の広がりを示す。なお、このことは、爆点がおおよそ臨界ストレスの分布の下側 $100 \times (1/6)\%$ 点 (-0.97) を中心として、臨界ストレスの母標準偏差の約 2 倍の区間にばらつくことを意味する。

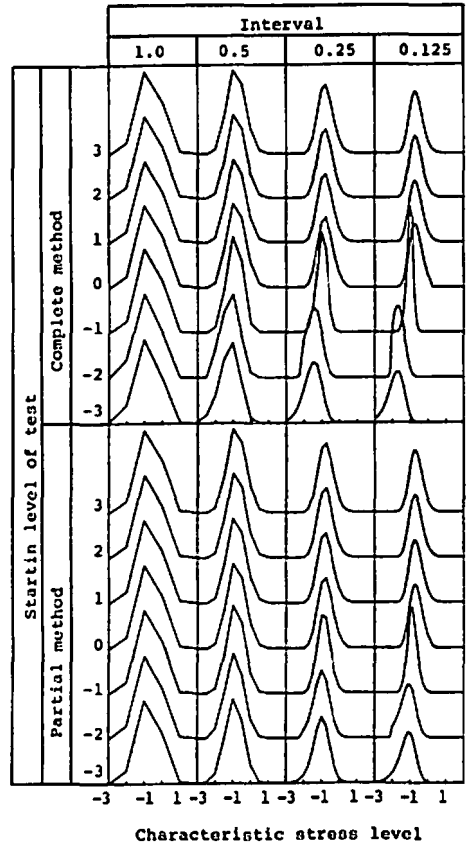


Fig. 4 Distribution of Characteristic stress level determined by Complete method and Partial method with various starting level

- ② レベル間隔が大きい場合、 $100 \times (1/6)\%$ 爆点の分布形状および中心点の変化は少なく、試験開始レベルの爆点の分布への影響は小さいように見える。しかしながら、レベル間隔を大きくすることは、 $100 \times (1/6)\%$ 爆点の解像度(測定単位)を粗くすることであり、そのため、試験開始レベルの影響が現れなかったと考えられる。
- ③ レベル間隔が小さくなるにつれて、開始レベルによる爆点の分布形状および中心点の変化、すなわち、開始レベルの爆点の分布形状への影響が大きく現れる。なお、臨界ストレスの分布の母平均より下側のレベルから試験を開始した場合に影響は著しく、臨界ストレスの分布の母平均より上側のレベルから開始すると、その影響は小さくなる。また、 1 シグマ以上上側のレベルから試験を開始すると分布の変化はほとんどみられない。

以上のことから、レベル間隔を狭く設定すると、どのレベルから試験を開始するかによって異なる爆点の

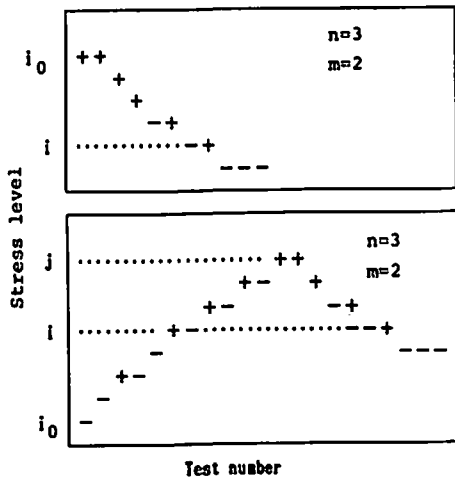


Fig. 5 Examples of the progress of Revised method (n : Size of test, m : Number of explosion at return level, i_0 : The number of starting level, i : The number of the characteristic stress level)

分布の変化が明らかになることがわかる。

4. 改良試験計画

開始レベルの影響が小さくなるような改良試験計画を工夫した。

確率計算に基づいて、Complete methodおよびPartial methodによる $100 \times (1/6)\%$ 爆点の分布が試験開始レベルに影響されることを示した。また、臨界ストレスの母平均より1シグマ上側のレベルから試験を開始すれば、試験開始レベルの影響を取り除くことができることを示した。したがって、Complete methodやPartial methodによって試験を行う場合、試料についての事前情報がない時は装置で負荷できる最大ストレスレベルより開始するのが望ましいといえる。しかし、必要以上に上側のレベルから試験を開始することは、試験回数が増大をまねく。そこで、どの程度上側から開始すれば良いかの手がかりをえるための試験を行うこととして、試験計画に新たに「折り返し判定回数 m 」を導入した。

試験手順を以下に示す。

- ① 折り返しレベル判定のための連続爆発回数 m を設定する。
- ② 適当なレベルより試験を開始し、同一レベルで連続 m 回の「爆」が認められるまで試験レベルを上昇させる。
- ③ 同一レベルで連続 m 回の「爆」が認められたならば、 n 回の「不爆」が得られるまでレベルを降下させ、 n 回の「不爆」を示した一段上のレベルのストレス値を爆点とする。

改良試験計画の概念をFig. 5に示す。

連続 m 回の「爆」が認められるレベルが、必ず臨界ストレスの母平均より1シグマ以上上側のレベルとなることを保証しないが、それに近い効果があるものと思われる。また、 m を大きくすることにより、その効果を高めることができる。この試験計画に対する爆点の分布の計算式をAppendix Bに示す。

Appendix Bの式により、試験サイズ $n=6$ 回、レベル間隔0.125として折り返し判定回数 $m=2$ および $m=3$ のときの爆点の分布を計算した結果をFig. 6に示す。また、乱数を用いたシミュレーション結果をも、Fig. 6に示した。シミュレーションでは、事前に設定した試験レベルと $N(0, 1^2)$ の擬似正規乱数 ϕ との大小の比較により「爆」「不爆」を模擬し、改良試験計画により試験レベルを昇降して $100 \times (1/6)\%$ 爆点を求めた。シミュレーションは各々の試験開始レベルに対して1000回の反復を行い、 $100 \times (1/6)\%$ 爆点の分布を求めた。シミュレーション結果は、確率計算による分布曲線の近傍にばらついており、確率計算が妥当であることが確認できる。

確率計算によれば、 $m=2$ のときは開始レベルの影響がわずかに認められるものの、 $m=3$ では、ほとんど影響はみられないことがわかる。以上より、ここで提案した改良試験計画によって開始レベルに拘らず類似の分布が得られ、したがって、開始レベルの影響を抑制できたことがわかる。

5. 考察

確率計算によって、Complete method、Partial methodの性質について検討した結果、これらの試験計画を用いる場合に留意すべき点が明かにされた。狭いレベル間隔を用いると試験開始レベルの影響が顕在化する。しかし、試料の臨界ストレスの分布についての情報がないのが普通であり、用いようとするレベル間隔が開始レベルの影響が少なくなるような幅であるかどうかはわからない。したがって、開始レベルの影響を抑制できるようにするためには、できるだけ上側のレベルから試験を開始することに留意すべきである。しかしながら、試験開始レベルを上げれば、当然のことながら、開始レベルで「爆」が認められる確率は高くなり、開始レベルで「爆」が認められた場合、Complete methodとPartial methodとの実施上の差異は無くなる。

したがって、試験開始レベルを上げることは、爆点の分布が安定するような条件で試験を行った場合、Partial methodに期待される試験回数の低減の機能が働かないことを意味する。

改良試験計画は爆点の分布が安定するように「折り

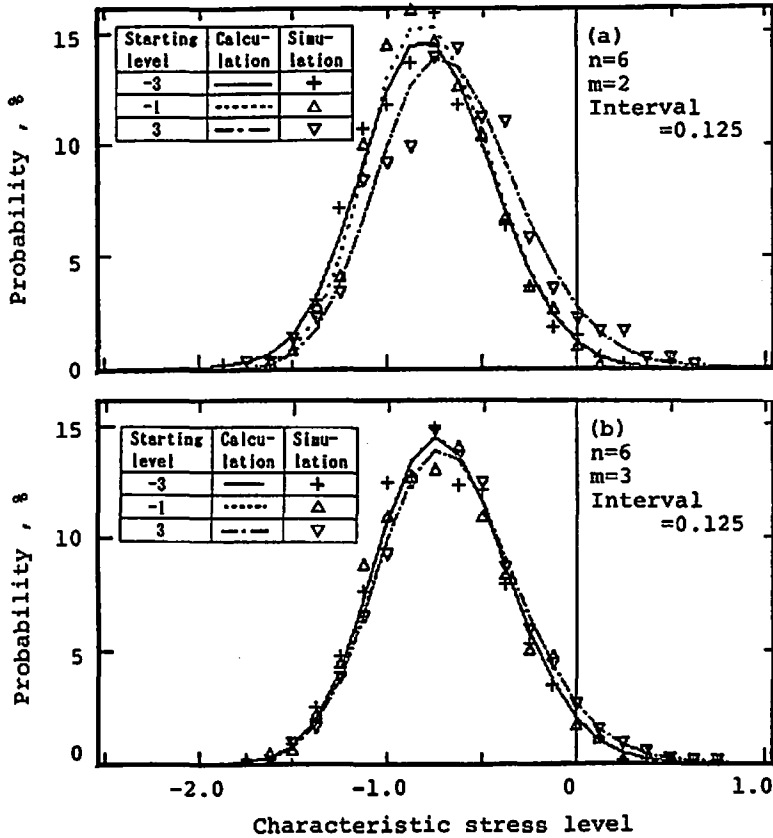


Fig. 6 Distribution of the Characteristic stress level determined by Revised method
(n:Size of test, m:Number of explosion at at return level)

返しレベルの探索試験」を計画に組み込んだものであるが、「折り返しレベルの探索試験(昇方向試験)」では降方向試験に用いる試験レベル間隔とは異なった広い試験レベル間隔を用いても良い。昇方向の試験は、どのようなレベル間隔を用いようとも臨界ストレスの母平均より1シグマ以上上側のレベルで「折り返し」の判定が下されるならば、「折り返しレベルの探索試験」の目的は達せられる。したがって、「折り返し」の判定が得られる試験レベルを迅速に発見するためには広いレベル間隔を用いる方が好ましいであろう。むしろ、非常に狭いレベル間隔を用いて試験を行うならば比較的低いレベルにおける試験を何度も行うことになり、低いレベルで「折り返し」の判定を下す機会が増加し、「折り返しレベルの探索試験」の目的達成に対して逆効果となるであろう。

上述のような試験計画を実施することで、爆点の分布については一応の安定化を図ることはできる。しかし、爆点の分布は臨界ストレスの分布の母標準偏差の約2倍の幅のばらつきを示しており、得られる爆点の

精度については問題がある。母爆発率 p に対して得られる爆発率の実現値 r/n は二項分布に従い、試験サイズが小さい場合、爆点のばらつきが大きくなることはやむを得ないことである。したがって、爆点への要求精度に応じた試験サイズの決定方法などへの配慮が重要であり、これを実現するには母爆発率に基づいた方法等、確率論的に体系づけられた試験計画が用いられなければならない。

6. おわりに

Complete methodおよびPartial methodから得られる $100 \times (1/6)\%$ 爆点の分布を確率計算により求めた。その結果、つぎのことがわかった。

- ① 爆点の分布は試験開始レベルによって影響を受ける。
- ② 臨界ストレスの母平均より上側から試験を始めるほど、爆点の分布への試験開始レベルの影響は小さくなる。
- ③ 爆点の分布の安定性のためには、試験をより上側のレベルから開始することが望ましい。その場

合、Partial methodに期待されている試験回数
の低減の機能は働かない。

④ 以上の検討にもとづいて、試験計画を改良した
結果、試験開始レベルの100×(1/6)%爆点の分
布への影響を抑制することができた。

文 献

- 1) Dixon, W. J., Mood, A. M., JASA, 43, 109 (1948)
- 2) RID/ADR, marginal numbers 1154d, 1154e, 1155b, 1156b
- 3) Janswoude, J. J., Propellants and Explosives, 5, 99 (1980)
- 4) 田中一三, 中山良男, 生沼仙三, 工業火薬, 48, 35(1987)
- 5) 勝本和昌, 垂水共之, 「パソコン統計解析ハンドブック」共立出版(1984)

Appendix A

Janswoudeによる爆点の分布に関する式を以下に
示す。ただし、レベル L_i (添え字はレベル番号)が特
性値となる確率を P_i 、レベル L_i における「不爆」の確
率を q_i 、上限試験レベル番号を i_u (下限試験レベル番
号は1)、 i_0 を試験開始レベル番号、 n は試験サイズと
する。

〈Complete Method〉

$$i \leq 1 \text{ のとき } P_i = \prod_{j=1}^{i_0} (1 - q_j^n) \quad (\text{A. 1})$$

$$1 < i \leq i_0 \text{ のとき } P_i = q_{i-1}^n \prod_{j=i}^{i_0} (1 - q_j^n) \quad (\text{A. 2})$$

$$i_0 < i \leq i_u \text{ のとき } P_i = (1 - q_i^n) \prod_{j=i_0}^{i-1} q_j^n \quad (\text{A. 3})$$

$$i_u < i \text{ のとき } P_i = \prod_{j=i_0}^i q_j^n \quad (\text{A. 4})$$

〈Partial Method〉

$i \leq 1$ のとき

$$P_i = \sum_{j=i_0}^i [(1 - q_j) \left\{ \prod_{k=i_0}^{j-1} q_k (1 - q_k^{n-1}) \right\} \prod_{k=1}^{j-1} (1 - q_k^n)] \quad (\text{A. 5})$$

$1 < i \leq i_0$ のとき

$$P_i = q_{i-1}^n \sum_{j=i_0}^i [(1 - q_j) \left\{ \prod_{k=i_0}^{j-1} q_k (1 - q_k^{n-1}) \right\} \prod_{k=1}^{j-1} (1 - q_k^n)] \quad (\text{A. 6})$$

$i_0 < i \leq i_u$ のとき

$$P_i = q_{i-1}^n \sum_{j=i_0}^i [(1 - q_j) \prod_{k=i_0}^{j-1} q_k \prod_{k=i}^{j-1} (1 - q_k^{n-1})] \quad (\text{A. 7})$$

$$i_u < i \text{ のとき } P_i = \prod_{j=i_0}^i q_j \quad (\text{A. 8})$$

Appendix B

改良試験計画により求められる爆点の分布の計算
式を以下に示す。 m は折り返しレベル判定回数であ
り、他の記号はAppendix Aと同じである。

レベル L_{i_0} より試験を開始して、レベル L_i が爆点とな
るに至る各過程の確率は以下の通りである。

1) レベル L_{j-1} まで連続 m 回の「爆」が認められな
い確率。

$$\prod_{k=i_0}^{j-1} (1 - (1 - q_k)^m)$$

2) レベル L_j で連続 m 回の「爆」が認められる確率。
 $(1 - q_j)^m$

3) レベル L_{j-1} よりレベル L_i まで n 回の「不爆」が
得られない確率。

$$\prod_{k=i}^{j-1} (1 - q_k^n)$$

4) レベル L_{i-1} で n 回「不爆」となる確率。

$$q_{i-1}^n$$

レベル L_{i_0} より試験を開始して、レベル L_j を経由し、
レベル L_i へたどり着く確率は1)、2)、3)の確率の積
で表される。折り返しレベル L_j は、 $1 < i \leq i_0$ のとき
 $i_0 \leq j \leq i_u$ 、 $i_0 < i \leq i_u$ のとき $i \leq j \leq i_u$ の条件でばらつくの
で、試験がレベル L_j へたどり着く確率は、それぞ
れのレベル L_j を経由した場合の確率の和として得られ
る。レベル L_i が爆点となるには、レベル L_{i-1} で n 回
「不爆」とならなければならないので、さらに4)の確
率を乗ずることによって、レベル L_i が爆点となる確
率 P_i が得られる。

以下にレベル L_i が爆点となる確率の計算式を示す。
 $i \leq 1$ のとき(高感度なため爆点が下限レベル以下)

$$P_i = \sum_{j=i_0}^i [(1 - q_j)^m \prod_{k=i_0}^{j-1} \{1 - (1 - q_k)^m\} \prod_{k=1}^{j-1} (1 - q_k^n)] \quad (\text{B. 1})$$

$1 < i \leq i_0$ のとき

$$P_i = q_{i-1}^n \sum_{j=i_0}^i [(1 - q_j)^m \prod_{k=i_0}^{j-1} \{1 - (1 - q_k)^m\} \prod_{k=i}^{j-1} (1 - q_k^n)] \quad (\text{B. 2})$$

$i_0 < i \leq i_u$ のとき

$$P_i = q_{i-1}^n \sum_{j=i_0}^i [(1 - q_j)^m \prod_{k=i_0}^{j-1} \{1 - (1 - q_k)^m\} \prod_{k=i}^{j-1} (1 - q_k^n)] \quad (\text{B. 3})$$

$i_n < i$ のとき (低感度なため爆点が上限レベル以上)

$$P_i = \prod_{j=i_0}^{i_n} \{1 - (1 - q_j)^m\} \quad (\text{B. 4})$$

Study of sensitivity test design based on probability theory

by Shozoh TAKEYAMA*

The Characteristics of commonly used sensitivity tests (Complete method and Partial method) are discussed based on probability theory.

As a result, it is made clear that selection of the starting level of a test has effects upon the distribution of determined characteristic stress level.

By setting the starting level high, the distribution is hardly influenced by the selection of the starting level.

Based on these examinations, a new design of sensitivity test is proposed which is much improved than ordinary tests.

(*Faculty of science and technology, Kinki University, 3-4-1, Kowakae, Higashi-Osaka, Japan)