

爆風波を受ける梁構造物の応答

板垣晴彦*, 小川輝繁*

発破や掘削などの爆薬を利用した作業の際に発生する爆風波は近傍の構造物に対して変形や破損を引き起こす。爆風波が構造物に及ぼす荷重は、非常に短い持続時間ではあるが、その大きさは構造物の許容荷重の数倍から数十倍以上にもなり得る。この構造物の変形の基礎研究として、モデル構造物に梁構造物の曲げ変形を取り上げ、応答モデルの検討と変形挙動の測定を行い、応答モデルの適否について実験的に考察した。

応答モデルは、従来の静的関係式に定常振動の関係式を組み込んで動的要素を取り入れた等価1自由度振動モデルとした。そして、変位の時間変化について測定結果と比較したところ、弾性状態、塑性状態ともに両者はよく適合した。ただし、その際の等価モデルのパラメータは静的変形の際のヤング率と降伏応力の値を約2倍と見積った際の値に相当した。また、弾性限界の値はこの実験の範囲ではほぼ一定であった。

等価モデルが実験によく対応していることから、用いる定数を静的荷重の値から修正しておけば、動的荷重による応答の様子も、計算の容易な振動論で推定可能であると見出された。

1. 緒言

発破や掘削などの爆薬を利用した作業の際に発生する爆風波は構造物の変形や破損を引き起こすことがある。爆風波が構造物に及ぼす荷重は、非常に短い持続時間ではあるが、その大きさは構造物の許容荷重の数倍から数十倍以上にもなり得る。この荷重特性から、爆風の衝撃波を受ける構造物の応答解析は、静的な取扱いはなく、動的な取扱が必要である。

構造物の応答解析には多自由度の振動モデルを使用することが望ましい。ところが、爆風衝撃波による構造物の損害を考えると、問題となるのは塑性変形である。したがって、構造物の損害評価を目的にするのであれば、応答解析で重要なことは変位の評価である。高次の高周波数振動がもたらす変位は少ないので、これを微小とすれば、多自由度の振動系を簡略化できて、応答計算も容易になる¹⁾²⁾。

そこで、本報では、1次元の形状をしており解析や評価が容易であることと、圧力荷重に対する許容値の低い構造物の壁面部への適用の基礎になり得ることを考慮し、梁構造物をモデル構造物に選んだ。

モデル解析は、動的現象である爆風波を受ける構造物の変形も、それが弱まった極限は線型の静的現象と

捉えられることに注目し、従来の静的関係式に定常振動の関係式を取り入れることで動的要素を組み込んだ等価1自由度振動モデルによる方法を適用することとした。そして、実際に金属の梁を用いた爆発実験を行ってその変形挙動を測定し、対象とする非定常動的現象に対応させるための修正について実験的に検討した。

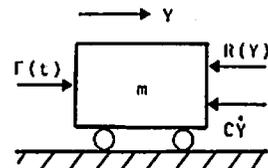
2. 構造物の応答のモデル化

2.1 1自由度の振動系のモデル

Fig. 1は自由度の振動系モデルである。ある質点に荷重 $F(t)$ が働いて質点に変位すると、それを妨げようとする方向に変位に対応した抵抗力 $R(Y)$ が作用して振動する。この1自由度の振動系の運動方程式は $C=0$ とできれば、次のように表される。

$$m \frac{d^2 Y}{dt^2} + R(Y) = F(t) \quad (1)$$

m : 質量 Y : 変位 t : 時間 $R(Y)$: 抵抗力関数
 $F(t)$: 荷重



m : Mass C : Damping constant
 $R(Y)$: Resistance function
 Y : Displacement $F(t)$: Load

Fig. 1 One-degree-of-freedom system.

昭和63年7月22日受理

*横浜国立大学工学部物質工学科安全工学大講座
〒240 横浜市保土ヶ谷区常盤台 156
TEL 045-335-1451(内)2887

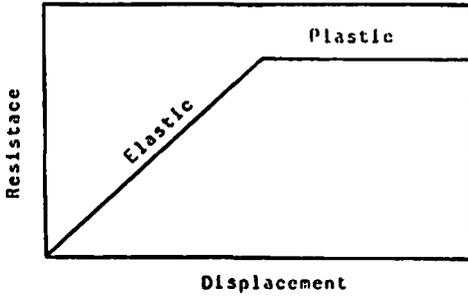


Fig. 2 Resistance as function of displacement

この(1)式の $R(Y)$ と $F(t)$ を与えることができれば、積分を実行することにより質点の変位の時間変化を算出できる。そして、この変位の最大値の大小が、変形や破損の状況の指標になる。

いま、抵抗力関数 $R(Y)$ に完全弾塑性体のFig. 2の関数を仮定する。完全弾塑性体では、弾性状態の際はばね定数 K で変位 Y に比例する抵抗力 KY 、塑性状態では変位にかかわらず一定値の抵抗力 R がそれぞれ生じる。

さて、(1)式の初期条件を、 $F(t)$ の作用が $t=0$ で瞬間的に働くために初速度を与えられることと等しく、それ以後は自由振動を行うとする。この仮定を置けば、(1)式の積分は容易に実行でき、変位の時間変化の式として表せる。

$$Y = A \cdot \sin(\omega t + \alpha) \quad \text{弾性状態} \quad (2)$$

$$Y = Y_0 + V_0 t + A_0 t^2 \quad \text{塑性状態} \quad (3)$$

Y : 変位 t : 時間 A , ω , α , Y_0 , V_0 , A_0 : 定数

ここで、任意の時刻 t における変位が Y であったとすれば、この振動系のひずみエネルギー U 、運動エネルギー KE は次式で与えられる。

$$U = \begin{cases} \frac{1}{2} KY^2 & \text{弾性状態} \\ RY & \text{塑性状態} \end{cases} \quad (4)$$

$$KE = \frac{1}{2} m \left(\frac{dY}{dt} \right)^2 \quad (5)$$

K : ばね定数 Y : 変位 R : 抵抗定数 m : 質点の質量

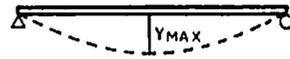
2.2 等分布荷重による梁構造物の曲げ変形

静的な等分布荷重を受ける梁における関係式は文献³⁾によれば以下のとおりである。

2.2.1 弾性状態

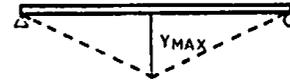
材料が等方均質で応力ひずみ関係がフックの法則を満たしていれば両端単支持の場合、たわみ曲線 $Y(X)$ は

$$Y(X) = \frac{16Y_{MAX}}{5L^4} (X^4 - 2LX^3 + L^3X) \quad (7)$$



$$Y = \frac{16Y_{MAX}}{5L^4} (X^4 - 2LX^3 + L^3X)$$

(a) Elastic behavior



$$Y = \begin{cases} \frac{2Y_{MAX}}{L} X & 0 \leq X \leq \frac{L}{2} \\ 2Y_{MAX} \left(1 - \frac{X}{L}\right) & \frac{L}{2} \leq X \leq L \end{cases}$$

(b) Plastic behavior

Fig. 3 Deformation patterns.

Y_{MAX} : 梁中央部の最大変位 L : 梁の長さ

Y : 支点からの距離

と書ける。Fig. 3-(a)にたわみ曲線 $Y(X)$ を示す。この状態のひずみエネルギー U と運動エネルギー KE は

$$U = \frac{EI}{2} \int_0^L \left(\frac{d^2Y(X)}{dx^2} \right)^2 dx = \frac{3072 EI}{125 L^3} Y_{MAX}^2 \quad (8)$$

$$KE = \frac{1}{2} \int_0^L \left(\frac{dY(X)}{dx} \right)^2 \rho A dx = \frac{1984}{7875} m \left(\frac{dY_{MAX}}{dx} \right)^2 \quad (9)$$

E : ヤング率 I : 断面2次モーメント

m : 梁の質量 ρ : 梁の密度 A : 梁の断面積

である。

2.2.2 弾塑性状態

荷重が増加していくにつれ梁に加わるモーメントも増大する。最大のモーメントは梁の支点間の中央において発生し、このモーメントが弾性限界の M_E を越えると梁の断面の表面と裏面に塑性状態となる領域が生じる。荷重の増加に伴い、この塑性領域は深さおよび広さを増していく。

材料が等方均質物質の場合、弾性限界のモーメント M_E は

$$M_E = \sigma_s Z = \frac{bh^2}{6} \sigma_s \quad (10)$$

σ_s : 降伏応力 Z : 断面係数 b : 幅 h : 厚さ
で表される。

2.2.3 塑性状態

弾塑性状態からさらに荷重を増していき、中央部の断面すべてが塑性状態になると梁が受容できるモーメントはそれ以上増加しなくなる。そのモーメントを極限モーメントと呼ぶ。Fig. 4に梁の曲率半径の逆数と荷重によるモーメントの関係を示す。極限モーメン

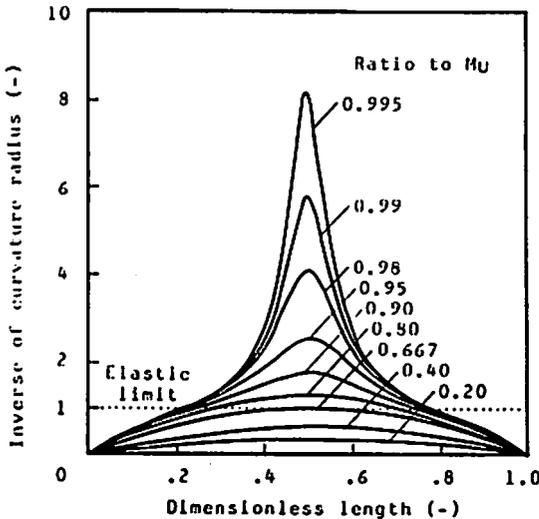


Fig. 4 Relation between length and inverse of curvature radius.

トの M_u に近づくにつれて、梁の曲率半径は中央部付近のみで急激に低下し折れ曲がって行く。しかし、梁のその他の部分の変形は、ごくゆっくりとしか進まず、曲率も弾性変形と同程度で比較的直線に近い。この様子はあたかも梁が Fig. 3-(b) に示すような 2 つの直線部分と関節から構成され、その関節部が折れて行くようにみなせる。つまり、この塑性関節に M_u なる抵抗モーメントが働いていると扱うことができる³⁾。

$$M_u = \frac{3}{2} M_E = \frac{bh^2}{4} \sigma, \quad (1)$$

M_u : 極限モーメント

塑性状態でのひずみエネルギー U と運動エネルギー KE は次式のとおりである。

$$U = \int_0^\theta M_u d\theta = \frac{4M_u}{L} Y_{MAX} \quad (2)$$

$$KE = \frac{1}{2} \int_0^L \left(\frac{dY(X)}{dX} \right)^2 \rho A dX = \frac{m}{6} \left(\frac{dY_{MAX}}{dt} \right)^2 \quad (3)$$

θ : 2 つの直線部がなす角度

2.3 梁の曲げ変形の等価 1 自由度モデル⁽³⁾⁽⁸⁾

構造物の応答解析においては構造物のモデルを多自由度の振動系で表すことが望ましい。しかし、多自由度のモデルの応答計算は複雑であり、容易に解くことができない。ところが、爆風波を受ける構造物の損害を問題とするならば、損害は変形や破損の程度で定まるから、応答解析では変位の評価が重要である。高周波成分を主体とする振動の変位は小さいから、低い周波数波の卓越している振動に注目すればよい。この観

点から、変位のおおまかな様相を求める場合には、多自由度の複雑な振動系を等価な 1 自由度の振動系とみなして扱うことが可能である。

多自由度の系を 1 自由度の系とみなすにはいくつかの仮定を置き、ただ 1 つのパラメータで系の様相を表すことが必要である。ここでは爆風波を受ける梁構造物の曲げ変形が弾性状態では静的な等分布荷重を受ける梁の Fig. 3-(a) と、塑性状態では塑性関節をもつ場合の同図(b)と、同一のたわみ曲線をなすと仮定し、梁の中央部のたわみ量 Y_{MAX} のみで変形状態が表せるようにする。

梁に加わる荷重 $F(t)$ は爆風波の圧力で定まる。梁は爆風波を受ける直前まで静止しており、その次の瞬間から運動を開始する。ところが、梁には慣性があるため、実際に変位を始めるには時間を要する。例えば非減衰自由振動の場合、変位 0 から最大変位まで達するのには、固有周期の 1/4 の時間を要する。爆風の爆轟衝撃波の作用時間は通常、構造物の固有周期に比べて著しく短い。よって、構造物の運動という観点からは、爆風波の圧力による荷重を、時刻 0 において初速度が与えられることとみなすことができる。すなわち等価系での運動の様子は(2)式あるいは(3)式で書き表せる。

等価な 1 自由度振動系のモデルのばね定数 K_s 、塑性抵抗 R_s 、質量 m_s は実際の系の値とひずみエネルギー U や運動エネルギー KE が等しくなるように定めればよい。Table 1 に U と KE の式を整理した。Table 1 の式の係数を比較して、梁の曲げ変形に対する等価 1 自由度振動モデルのパラメーターは次のようになる。

$$K_s = \frac{6144EI}{125L^3} \quad (4)$$

$$R_s = \frac{4M_u}{L} \quad (5)$$

$$m_s = \begin{cases} \frac{3968}{7875} m & \text{弾性状態} \\ \frac{1}{3} m & \text{塑性状態} \end{cases} \quad (6)$$

3. 爆風波を受ける梁の曲げ変形の測定

3.1 実験装置

Fig. 5 に装置の概要を示す。装置は梁を支える架台と爆源、および梁の下部に設けた梁のたわみ測定用のピンプロブ、爆風波測定用の圧力計から構成されている。

モデル構造物に用いた梁は大きさが長さ 200mm、幅 50mm、厚さが 3.0mm と 1.6mm の 2 種で、材質は SS41 一般用鋼材である。爆源には溶填テトリル

Table 1 Strain energy and kinetic energy for one-degree-of freedom system and simply supported beam.

	One-degree-of-freedom system	Simply supported beam	Strain range
Strain energy	$\frac{1}{2}KY_{MAX}^2$	$\frac{3072EI}{125L^3} Y_{MAX}^2$	Elastic
	RY_{MAX}	$\frac{bh^2\sigma_Y}{L} Y_{MAX}$	Plastic
Kinetic energy	$\frac{1}{2}m(Y_{MAX})^2$	$\frac{1984}{7875} m(Y_{MAX})^2$	Elastic
		$\frac{1}{6}m(Y_{MAX})^2$	Plastic

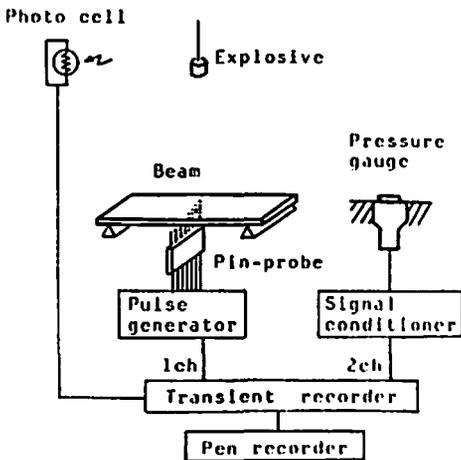


Fig. 5 Measuring equipment for response of beam model.

10gを用い、6号電気雷管1本で起爆した。爆源と梁の間の距離は200mmから500mmまで変化させた。

3.2 測定方法

ピンプローブは梁の垂直方向の時間変化を測定するため、梁の中央下部に高さの段差を付けて設置した。プローブの数は12とし、段差の間隔は予想されるたわみ量に応じて、0.5mmから2.0mmまでとした。ピンプローブからの複数の接触信号はON-OFFのデジタル信号群とみなせるから、これをIC回路で1つのアナログ信号へ合成後、トランジェントレコーダーへ導いた。また、爆発後には、梁に生じた塑性たわみ曲線を記録し、梁中央部付近にある最大塑性たわみ量を求めた。なお、起爆の瞬間は爆発時の発光をフォトセルで電気信号に変換することで捉えた⁶⁾。

3.3 測定結果

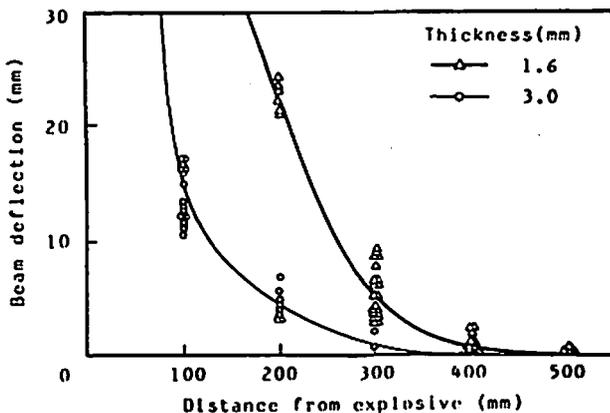


Fig. 6 Relation between distance from explosive and beam deflection.

Fig. 6に爆源と梁の距離と塑性たわみ量の関係を示す。厚さ3.0mmの試験体では距離100mm、1.6mmでは200mm付近から急速に塑性たわみ量が増大する。

そして、300mmあるいは400mmも離れると塑性たわみは生じなくなる。

Fig. 7とFig. 8は梁中央部のたわみの時間変化を

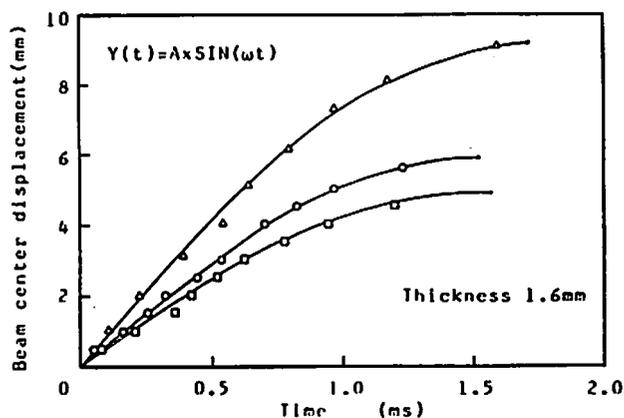


Fig. 7 Time history of displacement. (elastic)

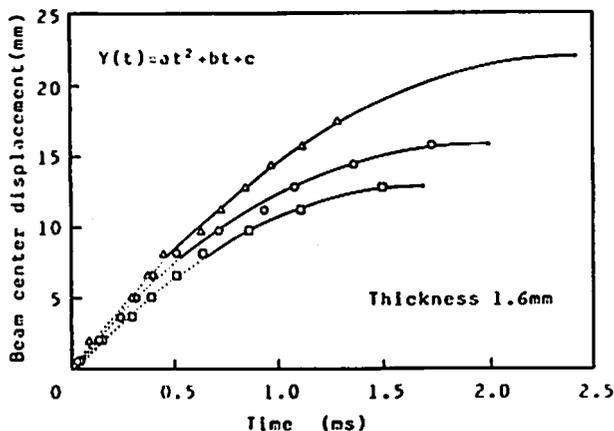


Fig. 8 Time history of displacement. (plastic)

プロットした図の一例である。Fig. 7は梁と爆源の距離が500mmと遠く塑性変形が1mm未満であった。Fig. 8は距離300mmの場合でこの梁にはそれぞれ3.9, 6.3, 9.3mmの塑性たわみが生じている。

4. 梁の曲げ変形への1自由度振動モデルの適用

4.1 弾性領域

弾性領域の場合、1自由度振動モデルは(2)式に従う運動を行う。そこで、Fig. 7の梁中央部のたわみと時間のプロットに対して、SIN曲線の最小自乗法を適用した。図中に示してある曲線が最小自乗法で整理した曲線である。プロットと曲線は非常に良い一致をしており、梁の曲げ変形がモデルに従っていると思なせよう。

ところで、静的な荷重を受ける場合の等価1自由度系のばね定数 K_e は(4)式で表すことができた。このばね定数 K_e と等価系の質量 m_e が与えられれば(2)式の角振動数 ω は次式で書ける。

$$\omega = \sqrt{\frac{K_e}{m_e}} \quad (9)$$

Fig. 7で爆風衝撃波荷重の時の ω が求まっているので(9)式を用いてばね定数 K_e を逆算、さらに(4)式から爆風衝撃波荷重の際ヤング率 E_d を算出した。

Table 2 Young's modulus and yield stress.

	Dynamic load	Static load
Young's modulus (Kg/mm ²)	4.5×10 ⁴	2.1×10 ⁴
Yield stress (Kg/mm ²)	45	29

Table 2に静的荷重の際に用いる材料力学の数値と共にこの値を示す。

4.2 塑性領域

弾性領域と同様に(3)式を適用して、たわみと時間のプロットを2次式の最小自乗法で整理した。ただし、塑性領域となるのはある値以上のたわみの領域であるからその領域のデータを用いた。Fig. 8にある曲線は最小自乗法で求めた2次の回帰曲線である。この図においても曲線とプロットはよく一致している。

静的な荷重を受ける場合の等価1自由度系の抵抗力

R_e は(9)式で表すことができた。抵抗力 R_e と質量 m_e から(3)式の加速度項 A_0 は

$$A_0 = -\frac{R_e}{2m_e} \quad (10)$$

と書ける。

Fig. 8の2次曲線の2次の項の係数に等しくなるような抵抗力 R を(10)式から計算し、(9)式を用いて相当する降伏応力 $(\sigma_y)_d$ を逆算した。その値をTable 2に静的荷重の際の材料力学での数値と共に示す。

Table 2からヤング率、降伏応力とも静的な値より

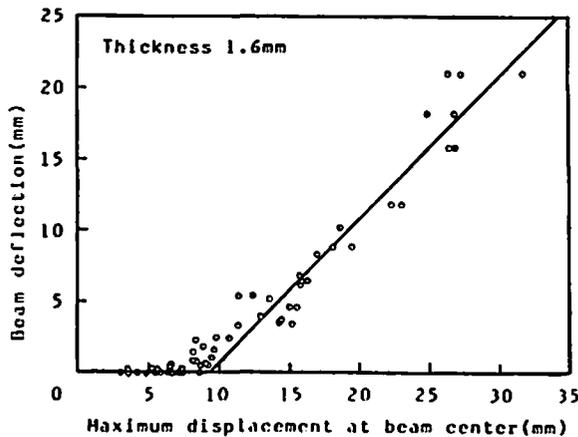


Fig. 9 Relation between maximum displacement and beam deflection.

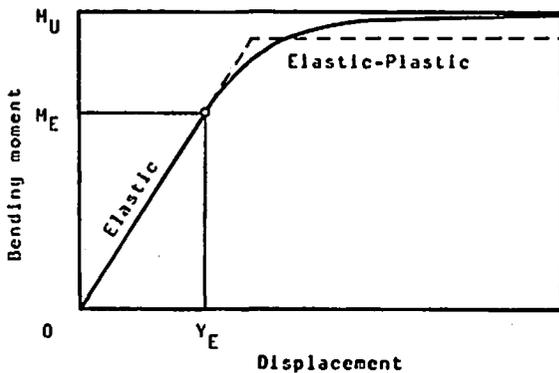


Fig. 10 Bending moment as function of displacement for simple beam.

も大きな値を示し、同一の力を受けたときには変形が生じにくくなるとわかる。衝撃荷重の際の降状応力は静的荷重の2倍から7倍とされているが、今回の実験結果はおおよそ2倍となった。これはひずみ速度が最大となる梁の表面でも $10^0(1/Sec)$ 程度で比較的遅いためである。

4.3 塑性たわみ量

ひずみ速度の大小によって弾性限界のひずみは変化しないとすれば、塑性領域の中では最大瞬間たわみ量と塑性たわみ量が正比例する。Fig. 9はFig. 7などの最小自乗法による回帰曲線の最大値と実測した塑性たわみ量をプロットした図である。弾性から塑性への遷移領域を除けば両者は比例しており、直線の傾きはほぼ1である。よって、弾性限界のひずみは変化していないと言える。回帰直線は横軸を9.4mmで横切っており、Table 2の実験でのヤング率と降状応力から求めた弾性限界の値10mmとはほぼ一致している。さて、静的な場合の材料力学の数値からは弾性限界

が6.4mmと算出されるが、これはFig. 10の Y_E での値である。梁の曲げ変形では、弾性限界を越えても塑性領域と弾性領域が混在しているため、Fig. 10のように即座に降状せず、その後もしばらくは弾性状態に近い挙動を示す。爆発実験での弾性限界約10mmは、静的な等分布荷重による梁中央の最大モーメントが極限モーメント M_u の90%に達した場合に相当する。つまり、このモデルの適用にあつては変位と曲げモーメントの関係が破線をたどっているのである。

5. 結 言

発破や掘削などの爆薬を利用した作業の際の爆風波を受ける構造物に単純梁を取り上げ、梁の曲げ変形を表す等価1自由度の振動モデルについて理論的に考察した。そして、梁の曲げ変形の測定実験を行い、その等価モデルを適用したところ、弾性領域、塑性領域ともにモデルが有用であると確認できた。

等価モデルでのパラメータはヤング率と降状応力のいずれも静的変形の際の値の約2倍の値に相当した。逆に用いる定数を静的荷重の値から修正しておけば、動的荷重による応答の様子も計算が容易な振動論で推定することが可能である。

弾性限界の値はこの実験の範囲ではひずみ速度の影響を受けなかった。等価モデルでの弾性限界の値は、静的荷重の値を1.5倍程とすれば適用できた。

等価モデルは実験結果によく対応しているが、実験は小薬量、小スケールであり、爆風衝撃荷重の作用時間の影響が無視できなくなるような大きなスケールにまでの適用はまだ問題が残されている⁹⁾。

最後に、本研究の一部は財団法人火薬技術奨励会の研究助成金を受けて行いました。ここに記して厚く感謝いたします。

文 献

- 1) G. F. Kinny, K. J. Graham, Explosive shocks in air second edition p.174, (1985), Springer-Verlag
- 2) 梅村 魁, 耐爆設計法, 工業火薬, Vol. 26, No. 6, (1965)
- 3) 例えば工藤英明, 「塑性学」, p. 20, (1968) 森北出版
- 4) W. E. Baker, P. A. Cox, P. S. Westine, J. J. Kulesz, R. A. Strehlow, Explosion hazards and evaluation, p. 365, (1983), Elsevier scientific publishing

- 5) 板垣晴彦, 三宅淳巳, 小川輝繁, 福山郁生, 工業火薬協会昭和62年度年会講演要旨集, p. 5, (1987. 5)
- 6) 板垣晴彦, 楊新泌, 小川輝繁, 中野雅司, 越智弘二, 工業火薬協会昭和63年度年会講演要旨集, p. 215, (1985. 5)
- 7) 芋阪浩男, 藤田昌大, 藤中雄三, 今井純一, 真鍋敏之, 新しいピンコンタクト法による爆発成形における素板形状の測定, 工業火薬, Vol. 46, No. 3, (1985)
- 8) 田中一三, 半導体光電素子の爆発光に対する応答, 工業火薬, Vol. 30 No. 5, (1969)
- 9) 田中一三, 空中衝撃波を受けた壁面の動き, 工業火薬, Vol. 42, No. 2, (1981)

Deformation of Metallic Beam by the Action of Blast Wave.

by Haruhiko ITAGAKI*, Terushige OGAWA*

For the behavior of simple beam by the action of blast wave, a response model was examined and the deformation of beam was measured. The response model was one-degree-of-freedom equivalent system. It gave good agreement with experimental data about the displacement of beam center.

Both Young's modulus and yield stress for the equivalent system was about twice the number for static load. Within the limits of this experiment, elastic limit show little change.

Modifying Young's modulus and yield stress, the behavior of simple beam in blast wave was able to estimate by the one-degree-of-freedom equivalent system.

(*Department of Safety Engineering, Division of Materials Science and Chemical Engineering, Faculty of Engineering, The Yokohama National University, 156 Tokiwadai, Hodogaya-ku, Yokohama-city, kanagawa 240)