

合として、垂直方向のみの弾道を考える。これは、模擬玉が垂直に掲げられ、水平方向の風がない場合に相当する。すると、上下方向の風がない場合、(2)式の右辺第1項は上昇時と下降時で符号が変わるため、別々に考慮する必要がある。すなわち、上昇時は重力と同方向に空気抵抗が作用するが、下降時は重力と反対方向に作用する。

まず、上昇時の弾道を考える。

$$m\dot{y} = -1/2\rho SC_D V^2 - mg \quad (4)$$

ここで、計算を簡単にするため $A = \rho SC_D / 2m$ とおくと、(4)式は解析的に解くことができ、発射から最高高度に達するまでの時間を T_1 とすると、初速度 V_0 は、

$$V_0 = \sqrt{g/A} \cdot \tan(\sqrt{Ag} \cdot T_1) \quad (5)$$

と表され、また、最高到達高度 H は、

$$H = -\ln(\cos(\sqrt{Ag} \cdot T_1)) / A \quad (6)$$

となる。

2.2.2 下降時の弾道

つぎに、下降時の弾道を考えると、運動方程式は(7)式のように表される。

$$m\dot{y} = 1/2\rho SC_D V^2 - mg \quad (7)$$

この式も解析的に解くことができ、最高高度 H に達してから着地するまでの時間を T_2 とすると、

$$T_2 = [2AH + \ln\{2\sqrt{1 - \exp(-2AH)} + 2 - \exp(-2AH)\}] / 2\sqrt{Ag} \quad (8)$$

また、最終速度(地上に落ちてくる速度) V_r は、

$$V_r = \sqrt{g/A} \cdot [1 - \exp(2\sqrt{Ag} T_2)] / [1 + \exp(2\sqrt{Ag} T_2)] \quad (9)$$

となる。

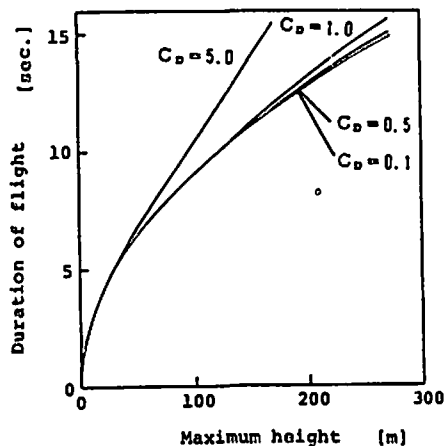


Fig. 1 Relationships between maximum height and duration of flight (5gou-dama ; Diameter : 14.2cm, Weight : 1.0kg)

以上のように、空気抵抗係数が飛行中一定であり、その値がわかっているならば、時間、速度、最高到達高度のいずれかを測定することにより、その他の2つを求めることができる。また、時間、速度、最高到達高度の内、2つを測定できれば、空気抵抗係数ともう1つの未知数を求めることができる。そこで、次には空気抵抗係数が変化したときにこの3つの変数(時間、速度、最高到達高度)がどのように変化するかを調べた。

2.3 滞空時間と最高到達高度との関係

時間と最高到達高度との関係は、(6)式および(8)式で表される。一方、測定が容易な時間は発射から地上に落ちてくるまでの滞空時間($T_1 + T_2$)である。そこで、(6)式と(8)式を用いて、標準的な5号玉について滞空時間と最高到達高度との関係を調べた。その計算結果をFig.1に示す。これより、空気抵抗係数が0~1の範囲で変化しても滞空時間と最高到達高度はそれほど変化しないことがわかる。平滑球の空気抵抗係数は大方0~1の範囲にあるので、滞空時間だけから最高到達高度をある程度予測できる。しかしながら、最高到達高度の計測は誤差が大きいため、滞空時間と最高到達高度から空気抵抗係数を推算するのは不適当である。

2.4 滞空時間と初速度との関係

時間と速度との関係は(5)式および(9)式で与えられる。そこで、初速度を測定した場合を考え、滞空時間と初速度との関係を調べた。Fig.2に標準的な5号玉の計

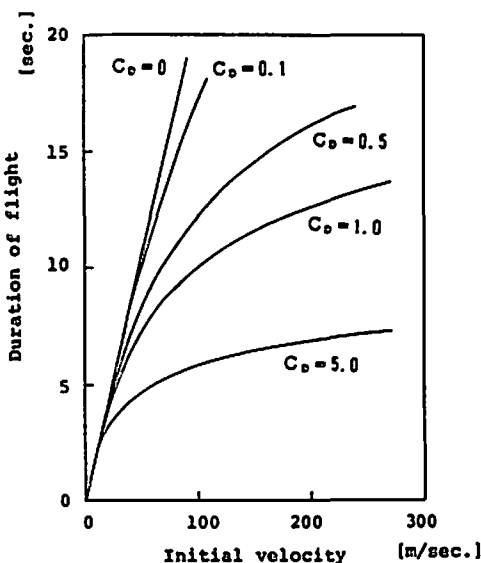


Fig. 2 Relationships between initial velocity and duration of flight (5 gou-dama ; Diameter : 14.2cm, Weight : 1.0kg)

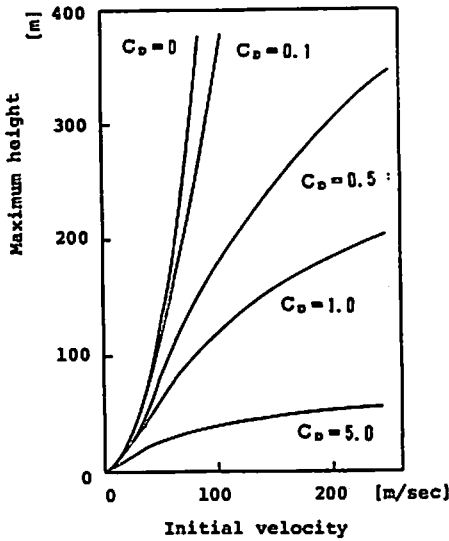


Fig. 3 Relationships between initial velocity and maximum height (5 gou-dama; Diameter: 14.2cm, Weight: 1.0kg)

算結果を示す。これより、初速度と滞空時間の関係は空気抵抗によって大きく変わることがわかる。初速度は高速カメラまたは高速ビデオを用いれば測定できるので初速度と滞空時間から空気抵抗係数を求めるのは有効な方法と考えられる。

2.5 最高到達高度と初速度との関係

最高到達高度はその測定の精度がそれほどよくないため、この量を基準に他の量を推定するのは適当ではないが、計算上の最高到達高度と初速度との関係をFig.3に示した。この図で空気抵抗がない場合、この2変数の関係は2次曲線となるが、空気抵抗が増してくると変曲点を持つ曲線になるのは特徴的である。

2.6 風の影響

風の影響を考慮に入れるには(2)式および(3)式の空気抵抗の項における速度を模擬玉の風に対する相対速度に置き換えればよい。この場合、風は時間や高度によって変化するため、解析的には解けず、数値積分によらなければならない。Fig.4に5号玉について、風が0~10m/secある場合の弾道計算を示す。これより、

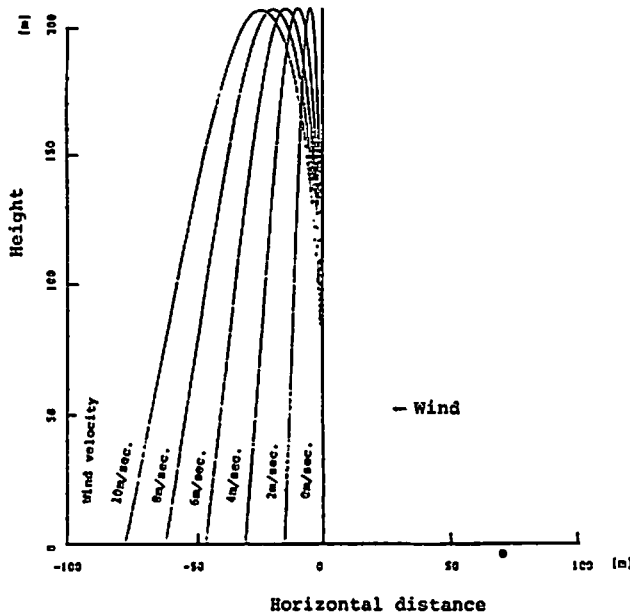


Fig. 4 External ballistic calculations—Effect of wind— (5 gou-dama; Initial velocity: 110m/sec., Shoot angle: 90°)

空気抵抗がわかれば、模擬玉が風によってどの程度風下へ流されるかがわかる。また、最高到達距離は風に殆ど影響を受けないことがわかる。さらに図には示していないが滞空時間も風の影響を殆ど受けない。したがって、空気抵抗係数を求める場合、風の影響は考慮

せずに初速度と滞空時間のみを正確に測定すればよいことがわかった。

3. 実験による検証

これまでの弾道計算がどの程度実測を説明できるかを実験により検証した。実験は昭和62年3月4日、千

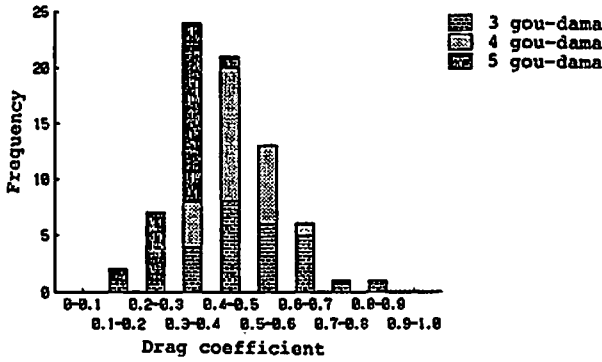


Fig. 5 Distribution of drag coefficients

葉県浦安市日の出町住宅都市整備公団用地内の造成地で行った。実験の詳細については別報に報告する予定⁷⁾であるが、用いた模擬玉は3, 4, 5, 8および10号玉で、3, 4, 5号玉については標準玉の他に取っ手付きおよび荒縄付きの玉を用いた。計算では、初速度と滞空時間から空気抵抗係数を求めるのが適当と思われたので初速度を高速ビデオを用いて、滞空時間をストップウォッチを用いて測定した。また、弾道式の妥当性を検討するため、人的測定による落下位置、トランシットを用いた最高到達高度、パイロットバルーンを用いて上空の風向・風速、および自記風向、風速計を用いた地上の風向・風速の測定を行った。

4. 結果と考察

4.1 空気抵抗係数の算出

3, 4および5号玉について、初速度と滞空時間から空気抵抗係数を計算した。各号数で大きさの違いはあるものの、重さ、表面の状態は一定なので、各号数の玉では空気抵抗係数はほぼ一定となることが期待されたが、結果は0~1の範囲でばらついた。Fig.5はその分布を示したものである。大部分の玉は0.3~0.6の間に空気抵抗係数があるが時に非常に小さい値や大きい値を持つことがある。この原因の1つに初速の測定がそれほど正確に行えなかったことが挙げられる。

初速の測定は、高速ビデオを用いて2箇所から同時に撮影したが、発射時の煙のため、玉と長さの基準とする棒が不明瞭だった。このため、加速の測定誤差は最大で20%程度と予想される。Fig.2にも示されるように計算される空気抵抗係数はばらつく。しかしなが

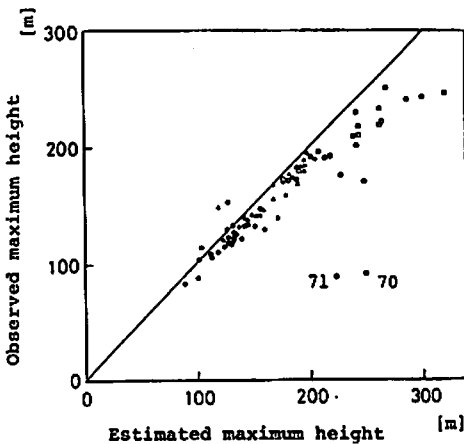


Fig. 6 Correlation between observed maximum heights and estimated maximum heights with using average drag coefficient value and observed duration of flight
 ○ : 3 gou-dama ($C_D=0.527$)
 △ : 4 gou-dama ($C_D=0.446$)
 □ : 5 gou-dama ($C_D=0.306$)

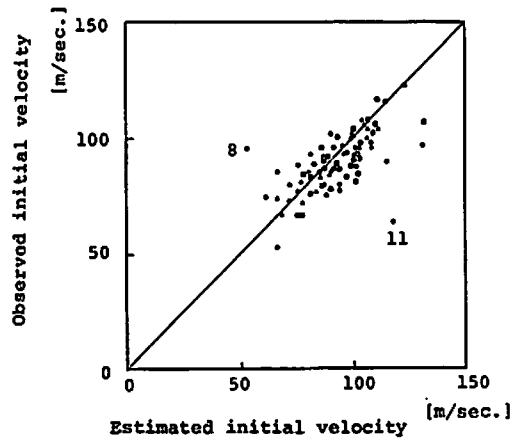


Fig. 7 Correlation between observed initial velocities and estimated initial velocities with using average drag coefficient values and observed duration of flight
 ○ : 3 gou-dama ($C_D=0.527$)
 △ : 4 gou-dama ($C_D=0.446$)
 □ : 5 gou-dama ($C_D=0.306$)

ら、この程度のばらつきならば各号数の模擬玉の空気抵抗係数の平均値をとって弾道計算しても充分実測に合う。各号数の空気抵抗係数の平均は、3号玉で0.527、4号玉で0.446、および5号玉で0.306であった。

玉が大きくなるに従って空気抵抗係数は全体に小さくなる傾向がみられた。これは、平滑球について空気抵抗係数がレイノルズ数により変化するというPrandlらの風洞実験の結果から清水が打ち上げ煙火

について考察した結果と合致している⁸⁾が、実験回数が少ないこと、風洞実験と実際の打ち上げ塩化のでは状況が違うことから、これが一般的に成立するか否かは明かでない。

4.2 最高到達高度の推定

測定した滞空時間と得られた平均の空気抵抗係数から計算した最高到達高度と実測値との比較をFig. 6に示す。高度が高くなるにつれて全体に計算値の方が大きい値となっている。この原因の解明は今後の課題で

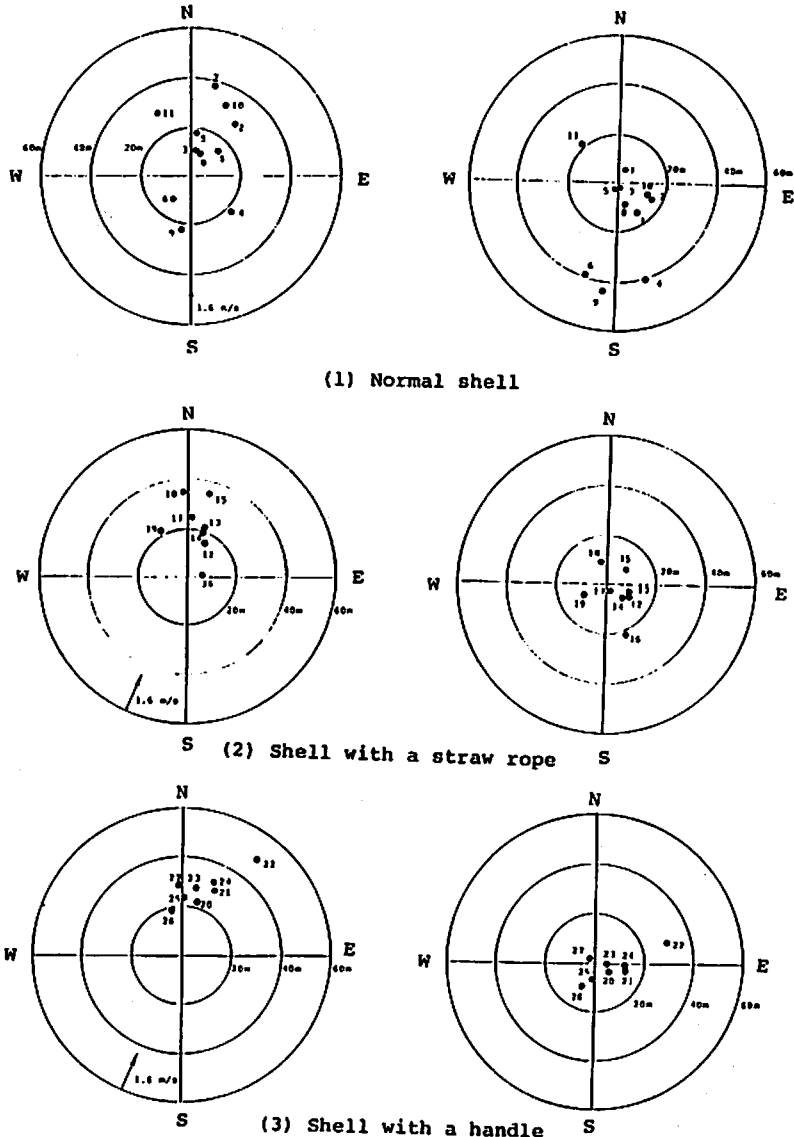


Fig. 8 Distribution of fall points of 3 gou-dama and estimated distribution except for wind effect
(Left : Observed distribution. An arrow shows wind velocity and direction.
Right : Estimated distribution)

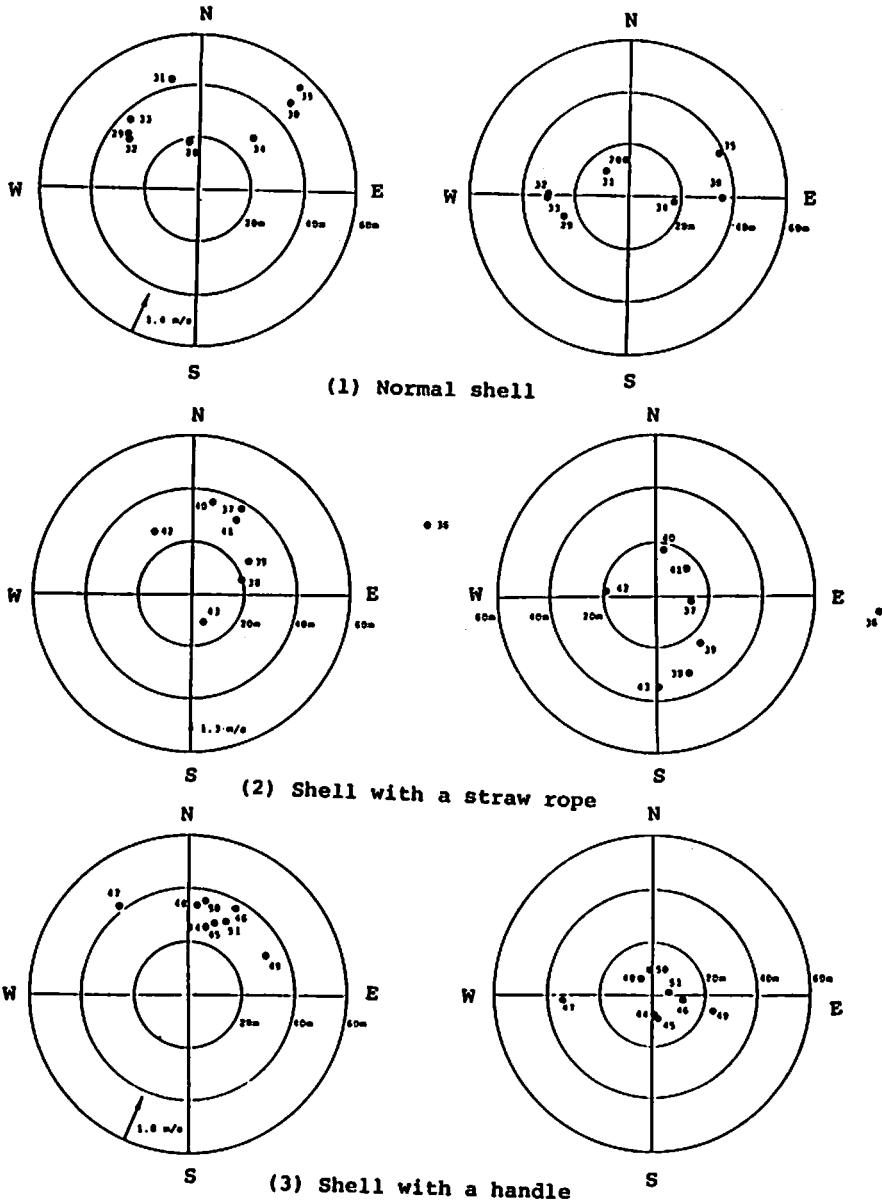


Fig. 9 Distribution of fall points of 4 gou-dama and estimated distribution except for wind effect (Left : Observed distribution. An arrow shows wind velocity and direction. Right : Estimated distribution)

あるが、1つには、模擬玉追跡用に取付けた銀竜(アルミ系発煙筒)が最高高度に達するまでに燃え尽きて最高高度が不明確になったためと考えられる。70, 71番の玉は、途中で銀竜が模擬玉と分離したものである。

4.3 初速度の推定

測定した滞空時間と得られた平均の空気抵抗係数から初速度を推定し、実測と比較したのがFig.7である。4.1でも述べたように初速度の実測はあまり精度よくできなかったが、滞空時間と空気抵抗係数からの

推定値と良く対応している。

4.4 落下位置と風補正

Fig.8~10に今回の実験で測定された落下位置と風の補正をしたものを示す。風は地上から250mまで50m毎の風向風速実測値を考慮した。風の補正とは、実測された風を考慮にいれた弾道計算で推定された落下位置と実測値との差である。これらの図より、模擬玉は大方風向に従って流されており、風が強いほど遠くに飛ばされているのがわかる。また、風の補正を行

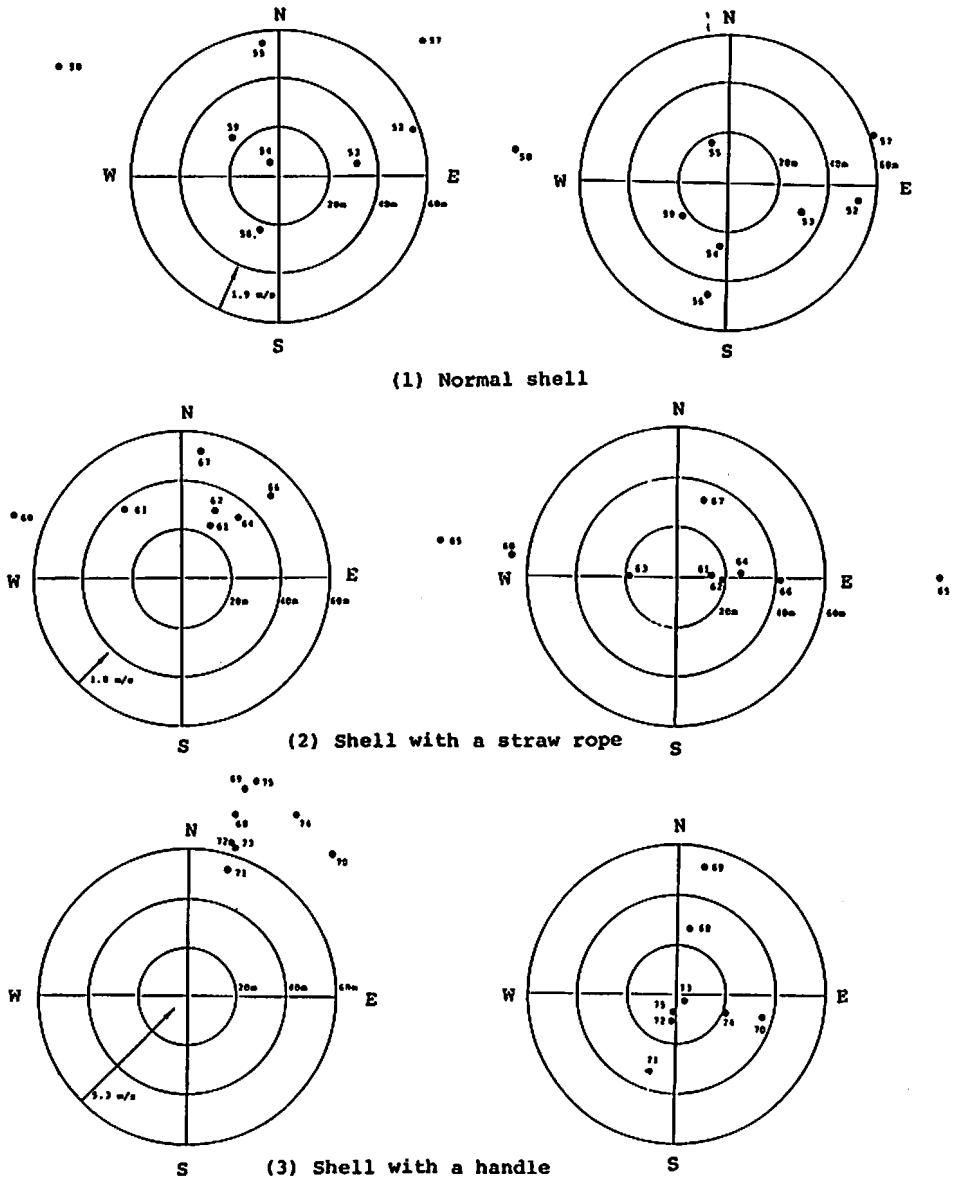


Fig. 10 Distribution of fall points of 5 gou-dama and estimated distribution except for wind effect (Left : Observed distribution. An arrow shows wind velocity and direction. Right : Estimated distribution)

うと殆どが発射位置の中心に分布することから、風を考慮にいれた弾道計算が有効であることが示された。

4.5 風で補正した落下位置で発射位置から大きく外れている異常玉について

図にも示されているように75発中5発の落下位置が中心から非常に大きくずれていた。これらの異常玉について高速ビデオで初期の状態を観察したところ、発射角が垂直からずれていることがわかった。

異常玉の存在でわかる様に、模擬玉は正確には垂直に上がっていない。Fig. 11 に 5 号玉の発射角の影響

を示した。この図のように発射角が少しでも落下位置に大きな影響を与える。Fig. 8~10 の風補正をした後のばらつきの原因は、主に発射角のばらつきによるものと考えられる。

5. まとめ

本研究は風のある場合の黒玉の落下位置を推定できるような弾道式を検討し、煙火打ち上げの保安距離基準の見直しに役立てようとしたものである。一連の検討で以下に示すような知見を得た。

・弾道を計算するには空気抵抗係数を知ることが必要

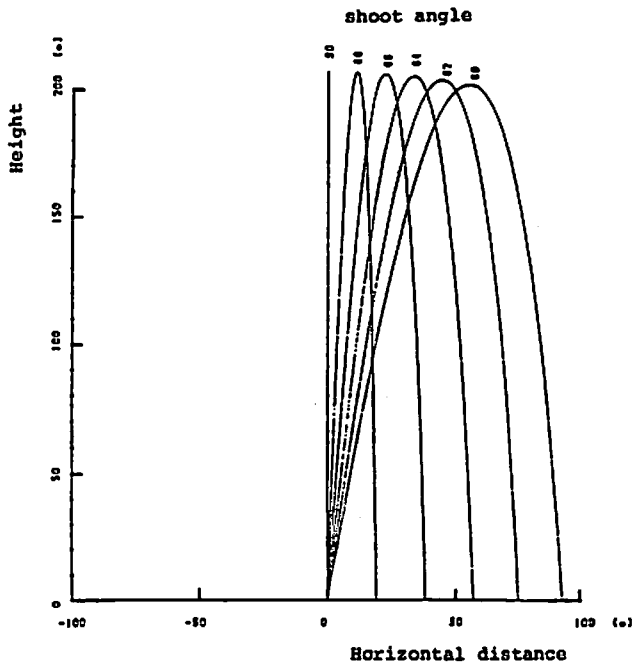


Fig. 11 External ballistic calculations of 5 gou-dama
—Effect of a shoot angle—
(Initial velocity:110m/sec.)

であり、それは黒玉初速度と滞空時間から推定するのが適当である。

- 約80発の実測より黒玉の空気抵抗係数を算出した。その結果、値は0～1の範囲でばらついた。これは大部分初速度測定の見誤差である。
- 得られた空気抵抗係数の平均値を用いた弾道計算は実測と良く一致した。
- 風の影響を入れた弾道計算は落下位置を良く説明できた。しかしながら、異常に遠くまで飛散した玉が数個あり、これらは今回の計算では説明できなかった。このような異常玉の発生原因は今後の研究課題である。

文 献

- 1) 火薬類取締法施行規則第五十六条の四の4-2
- 2) 山本祐徳, 「黒玉対策を主とした煙火消費の安全化に関する研究」, 東京都首都整備局都市公害部産業保安課(1966)

- 3) 煙火消費の保安距離基準見直し検討委員会, 「黒玉対策を主とした煙火消費の安全化に関する研究報告書」, 東京都環境保全局助成指導部火薬電気課(1987)
- 4) 和田有司, 畑中修二, 松永猛裕, 田村 昌三, 宮原 章, 二股英雄, 吉田忠雄, 「打ち上げ煙火の安全の研究(第一報)―打ち上げ煙火模擬玉の落下位置に及ぼす風向・風速の影響―」, 工業火薬, 49, (1), 18(1988)
- 5) 前田 弘, 「飛行力学」, 發賢堂(1981)
- 6) L. Prandl, Nachr. d. Ges. Wiss. Zu Gottingen, Math. Phys. Kl.(1914)
- 7) 煙火消費の保安距離基準見直し検討委員会, 「煙火消費の保安距離見直し検討委員会報告書」, 東京都環境保全局助成指導部火薬電気課, (1987)
- 8) 清水武夫, 「花火」, 一橋書房(1966)

Safety of Shooting Firework Shells (II)

— External Ballistic Equations of a Black Shell and its Properties—

by Takehiro MATSUNAGA*, Yuji WADA**, Eiji ISHIDA**
Mamoru ITO**, Shuji HATANAKA***, Masamitsu TAMURA**
Naota KOBAYASHI****, and Tadao YOSHIDA**

External ballistic equations of a black shell including the wind effects were investigated. At first, the drag coefficient of each black shell was estimated from the observed initial velocity and the observed duration of flight. And the average values of each size shell were used to the external ballistic equations of a black shell including the wind effects.

As the results, good relationships were obtained between the calculations to estimate the fall point and the observed one.

(*National Chemical Laboratory for Industry, 1—1 Higashi, Tukuba-shi, Ibaraki, 305

**Department of Reaction Chemistry, Faculty of Engineering, The University of Tokyo, 7—3—1 Hongo, Bunkyo-ku, Tokyo 113

***Nihon Enka Kyokai, 18—17, Ishimakinishikawa-cho, Toyohashi-shi, Aichi, 441—11

****Faculty of Science and Engineering, University of Chuo, 1—13—27 Kasuga, Bunkyo-ku, Tokyo, 113)
