



落植感度試験における臨界ストレス値の統計的モデル

石口昌道*, 尾島善一**, 飯田光明***

吉田正典***, 三宅淳巳*, 小川輝繁*

落植感度試験結果に基づき、臨界ストレス値の分布について統計的モデルを提案した。ロジスティック分布および三種類の極値分布を統計的モデルの候補とし、これらモデルのあてはまりのよさを、赤池の情報量規準(AIC)を用いて比較した。ニトラミン、硝酸エステル、芳香族ニトロ化合物のそれぞれの代表として、RDX、PETN、ピクリン酸を実験試料とした。これらの物質の試験結果についてはいずれの場合も、Type II極大値分布(フレシェ分布)のあてはまりが最もよく、落植感度試験における臨界ストレス値の分布を、Type II極大値分布により表現できることを示した。

1. 緒 言

爆発物を安全に取り扱うためには、感度試験の観測値を正しく評価する必要がある。感度には、熱、打撃、摩擦、衝撃等さまざまな種類が存在するが、打撃に関する感度試験の代表として、落植感度試験をあげることができる¹⁾。落植感度試験においては、様々な高さから落植を試料の上に落とすことによりストレスを与え、その際の爆発音、爆痕などから爆・不爆を判定する。しかし、同一物質に対して同一と考えられる条件で試験を実施する場合でも、試料等の制御不能な条件の変動によって爆発を起こす限界となるストレス値(以下、臨界ストレス値)が異なり、実際には爆発を起こしたり起こさなかったりする。したがって、この臨界ストレス値に関しては、ある確率分布にしたがうものと考えるのが妥当である。するとあるストレス値における試料の爆発確率は、臨界ストレス値の確率密度関数に関して、そのストレス値以下の部分の積分値として表わすことができる。

落植感度試験の評価法として、JIS K 4810-1996では、爆発確率1/6に対応する落植の落高、1/6爆点により感度を評価している。またDixonらはup and down法により、爆発確率50%に対応する落高を求める手法を提案している²⁾。ここで、いくつかの物質について仮に、爆発確率50%に対応する落高は30cmですべて等しいが、他の爆発確率についての落高が異なっているとすると、このとき、落高20cmに対して、ある物質は45%の確率で爆発するが、他の物質の爆発確率は10%である、といった状況を想定することができる。このような場合、落植感度試験結果を評価する上では、特定の爆発確率のみによる評価では十分といえず、対象物質ごとに臨界ストレス値の分布の全体像を知る必要がある。さらに、臨界ストレス値の分布を定式化することができれば、任意に爆発確率の値を設定し、その値に対応する爆発物の臨界ストレス値を求めることが可能となる。これまでにDixonらは、臨界ストレス値の分布は対数正規分布にしたがうと仮定しているが、その妥当性は立証されていない。またEfromovichらは爆・不爆の二値データに対して直交式を適用し、ノンパラメトリックに臨界ストレス値の分布を求める手法を示している³⁾。しかし、この手法によると、刺激量に対する爆発確率の関係は滑らかな曲線で描かれるとは限らず、微分不可能な点が存在する可能性がある。そこで本研究では、落植感度試験の刺激量(落植の落高)に対する試料の二値反応(爆・不爆)に対し、パラメトリックに統計的モデルをあてはめ、定式化することを目的とした。

1998年9月29日受理

*横浜国立大学工学部物質工学科
〒240-8501 横浜市保土ヶ谷区常盤台79-5
TEL 045-339-3992
FAX 045-339-4011

**東京理科大学理工学部経営工学科
〒278-8510 野田市山崎2641
TEL 0471-24-1501 内線3816
FAX 0471-22-4566

***工業技術院物質工学工業技術研究所
〒305-8565 つくば市東1-1
TEL 0298-54-4792
FAX 0298-54-4783

2 実験方法

2.1 実験装置

実験装置は、JIS K 4810-1996に準拠した、坂下製作所製の落槌感度試験器を用いた。試料に関しても同様にJIS規格にしたがい、スズ箱皿に入れたものを2個の円筒コロ(直径12mm×高さ12mm)で上下にはさみ、上側の円筒コロ上に落槌を落下させ、爆発するかどうかを観測した。落槌の重さは5kgに固定した。

2.2 実験試料

ニトラミンの代表としてRDX, 硝酸エステル代表としてPETN, 芳香族ニトロ化合物の代表としてピクリン酸を実験試料とした。試料は同一ロットのものを、常温で12時間以上デシケーター中で乾燥させてから実験に用いた。

2.3 実験手順

本研究においては、以下に説明するように、実験を2段階に分けて実施した。

第1段階では、「落槌の落高に対し、爆発確率の分布の概略を把握する」ことを目的とする実験を行なう。ここではまず、落槌の落高の水準について、低い順に*i*番目のものを x_i とおく。この段階では、試験を行なう落高の水準数を10個とする。そして、爆発確率が0から1の全域を網羅できるように、落高の水準 x_1, x_2, \dots, x_{10} を設定する。各水準での実験の繰り返し数は10回とし、合計100ショットの試行を行なう。

第2段階では、「落高と爆発確率の詳細を求め、かつ実験の再現性を検討する」という目的の実験を行なう。各落高における試験回数は、次のように決定する。手順としてはまず、ある落高における真の爆発確率は P であると考え、そして実際に、同一の落高において*n*回繰り返して試験を行なった場合、爆発の割合*p*を得るとする。このとき、 p の期待値と分散はそれぞれ、 $E(p)=P$, $V(p)=P(1-P)/n$ となる。したがって、 P の95%信頼区間は次の(1)式のように表わすことができる。

$$p-1.96\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} < P < p+1.96\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} \quad (1)$$

次に、実際に実験を実施しようとしている落高に対して、第1段階での実験結果を基に、その落高における試料の爆発確率を予想する。予想した値が p' であるとして、この p' を(1)式の p の部分に代入する。そして信頼区間の幅が ± 0.15 程度になるように、 n の値を設定する。

以上の手順に基づき、各物質に対して実験を行なった。

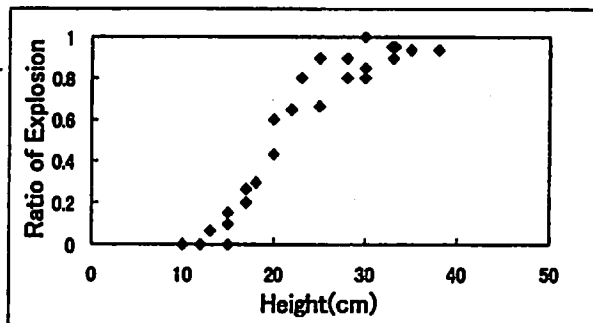


Fig. 1 Falling hammer test results of RDX

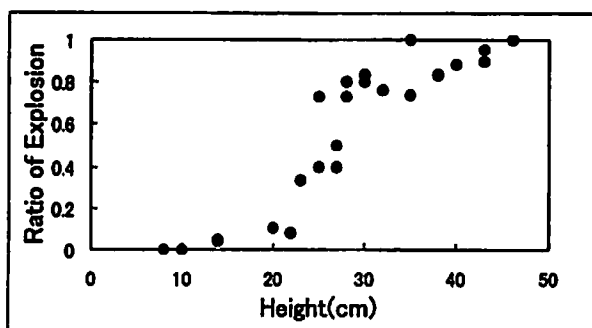


Fig. 2 Falling hammer test results of PETN

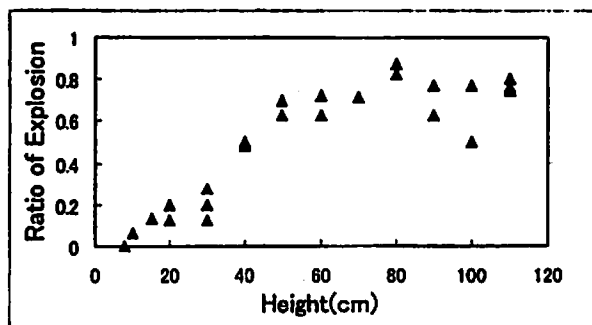


Fig. 3 Falling hammer test results of Picric Acid

3. 実験結果および考察

Fig. 1, 2, 3にそれぞれ、RDX, PETN, ピクリン酸についての、落高に対する爆発の割合を示す。ただし各図には、実験実施日ごとに結果を区別してプロットしてある。次に、実験実施日の違いにより、同一落高での試料の爆・不爆の出現確率に差があるかどうかを検討した。ここでは特に、実験時の温度の差に着目した。Table 1, 2にそれぞれ、RDXに関して実験中の温度が41~45%であったときの実験結果と、温度が81~85%であったときの実験結果を示す。この実験結果について、同一落高(15, 30, 33cm)において爆・不爆の出現確率に差があるかどうか、 2×2 分割表の検定を行なった⁴⁾。その結果、危険率5%で爆・不爆の出現確率には差がないことが示された。実施日の異なるすべての実験結果に関して、同様の検定を3つの物質に対して行なった。その結果、いずれの検定において

Table 1 Falling hammer test results of RDX on 1997/11/19. The humidity was 41 - 45%.

Height (cm)	Number of trials	Number of explosions
12	20	0
15	20	3
30	20	16
33	20	19

Table 2 Falling hammer test results of RDX on 1997/11/21. The humidity was 81 - 85%.

Height (cm)	Number of trials	Number of explosions
15	20	2
30	20	16
33	20	19

Table 3 Falling hammer test results of RDX

Height (cm)	Number of trials	Number of explosions
10	10	0
12	30	0
13	15	1
15	50	5
17	40	10
18	40	12
20	40	19
22	40	26
23	40	32
25	25	19
28	25	21
30	50	42
33	50	47
35	15	14
38	15	14

Table 4 Falling hammer test results of PETN

Height (cm)	Number of trials	Number of explosions
8	20	0
10	20	0
14	70	3
20	10	1
22	50	4
23	30	10
25	40	26
27	60	29
28	40	30
30	40	33
32	50	38
35	60	47
38	30	25
40	50	44
43	40	37
46	20	20

Table 5 Falling hammer test results of Picric Acid

Height (cm)	Number of trials	Number of explosions
8	15	0
10	15	1
15	15	2
20	28	5
30	53	12
40	43	21
50	48	33
60	48	34
70	43	27
80	43	36
90	43	32
100	43	31
110	53	41

も、危険率5%で爆・不爆の出現確率に差がないことが示された。以上の検定結果から、落槌感度試験結果に関して、実験実施日による違いは無視できることが明らかとなった。したがってTable 3, 4, 5には、実験実施日を区別せず、RDX, PETN, ピクリン酸の実験結果をそれぞれ示してある。この実験結果に基づき、統計的モデルの検討を行なった。

4. 統計的モデルのあてはめ

4.1 落槌感度の統計的モデル

落槌感度試験において、試料の爆発確率は落高 x_i に

のみ依存すると考える。反応は、 $y=1$ (爆)、 $y=0$ (不爆)で表わす。そして試料は、臨界ストレス値 X (落高に対して爆発を起こす閾値)を持っており、 $y=1$ (爆)について、ある確率分布 $F(x)=P\{X \leq x\}$ にしたがっているとする。このとき、落高 x_i における爆発確率 p_i は、

$$p_i = P\{X \leq x_i\} = F(x_i) \quad (2)$$

で与えられる。本研究においては、爆発のメカニズム

を解明する手がかりを得る上で、以下に説明する極大値モデルと極小値モデルを、統計的モデルの候補とした。これらのモデルにおいては、対象とする物質を何らかの細かい構成要素の集合体であると考え、極小値モデルは、それぞれの構成要素が刺激に対して「爆発を起こそうとする力」を有しており、その最も敏感な要素の起爆が引き金となって全体の爆発が生じると想定したモデルである。極小値モデルの適用例としては、鎖の強度に関して、構成要素である環の強度の最小値により鎖自身の強度が決定する、ということをおこなうことができる。これに対し、構成要素が活性化するために必要な刺激量は各要素ごとにばらつきがあり、大多数の構成要素が活性化しなければ爆発に至らない、と想定されるのであれば極大値モデルが適切であるといえる。極大値モデルの適用例としては、河川の氾濫は雨量により決定される、といったものをあげることができる。これら極小値モデルと極大値モデルは、極値モデルと総称されており、極大値モデルに関しては、以下の(3)、(4)、(5)式に示すように、Type I (二重指数分布)、Type II (フレシェ分布)、Type III (ワイブル分布)が標準的に用いられている⁵⁾。

・Type I 極大値分布

$$F(x_i) = \exp[-\exp[-\lambda x_i + a]], \quad (0 < x_i < \infty, \lambda > 0) \quad (3)$$

・Type II 極大値分布

$$F(x_i) = \begin{cases} \exp[-\{\frac{x_i - \gamma}{\eta}\}^{-m}], & x_i > \gamma \\ 0, & x_i < \gamma \end{cases} \quad (4)$$

(0 < x_i, m > 0, η > 0, γ > 0)

・Type III 極大値分布

$$F(x_i) = \begin{cases} 1, & x_i > \gamma \\ \exp[-\{\frac{\gamma - x_i}{\eta}\}^m], & x_i < \gamma \end{cases} \quad (5)$$

(0 < x_i, m > 0, η > 0, γ > 0)

極小値モデルは、上記の極大値モデルの符号を反転させた関係にあり、1-F(-x_i)によって得ることができる。また、次の(6)式に示すロジスティック分布は、二値応答のモデルとして一般に用いられていることから、本研究の検討に含めることにした。

$$F(x_i) = \frac{\exp(\alpha + \beta x_i)}{1 + \exp(\alpha + \beta x_i)}, \quad (0 < x_i < \infty) \quad (6)$$

これらの統計的モデル中のパラメータは、最尤法により推定した⁶⁾。

4.2 統計的モデルの比較

統計的モデルの比較は、モデルの評価基準として広く用いられている、赤池の情報量規準(Akaike's Information Criterion : 以下AICと略記)に基づいて行なった⁷⁾。AICは

$$AIC = n \log S(\theta^{(m)}) + 2p \quad (7)$$

と定義される。ただし、指定されたモデルのパラメータを $\theta = (\theta_1, \dots, \theta_p)$ 、推定を行なうモデル中のパラメータの総数を p 、最尤法により求めたパラメータの推定値を $\theta^{(m)}$ 、残差平方和を $S(\theta^{(m)}) = \sum \{y_i - F(x_i; \theta^{(m)})\}^2$ とする。(7)式の第1項は、観測値からの、モデルの乖離の程度を反映しており、モデルのあてはまりの悪さを表現している。第2項はモデル中で推定されるパラメータ数 p を反映したものである。したがってAICは、パラメータを増やすことで、モデルのあてはまりがそれに応じて改善されるかどうかを総合的に評価する指標となっており、この値を最小にするモデルが最も好ましいとされる。さらに(7)式から、モデル同士のAICに2以上差があれば、有意な差があると見なすことができる。Table 6, 7, 8にそれぞれ、RDX, PETN, ピクリン酸の実験結果に対して各モデルをあてはめたときの、パラメータの推定値および

Table 6 Estimated values of parameter and the AIC values for statistical models for RDX test results

Model	Parameter	AIC
Logistic	$\alpha = -5.597$ $\beta = 0.265$	2055.375
Type I minimum extreme	$\lambda = 0.137$ $a = 3.398$	2081.784
Type II minimum extreme	$m = 9.947$ $\eta = 79.800$ $\gamma = 104.952$	2089.666
Type III minimum extreme	$m = 0.988$ $\eta = 7.262$ $\gamma = 14.457$	2046.528
Type I maximum extreme	$\lambda = 0.226$ $a = 4.166$	2044.935
Type II maximum extreme	$m = 3.976$ $\eta = 18.147$ ($\gamma = 0.000$)	2043.943
Type III maximum extreme	$m = 3.742$ $\eta = 21.961$ $\gamma = 40.624$	2055.617

Table 7 Parameter and *AIC* values of statistical models for PETN test results

Model	Parameter	<i>AIC</i>
Logistic	$\alpha = -5.464$ $\beta = 0.204$	2842.763
Type I minimum extreme	$\lambda = 0.114$ $a = 3.537$	2868.723
Type II minimum extreme	$m = 9.172$ $\eta = 73.205$ $\gamma = 104.704$	2882.281
Type III minimum extreme	$m = 0.890$ $\eta = 7.634$ $\gamma = 20.883$	2831.534
Type I maximum extreme	$\lambda = 0.166$ $a = 3.943$	2836.963
Type II maximum extreme	$m = 3.435$ $\eta = 22.691$ ($\gamma = 0.000$)	2823.701
Type III maximum extreme	$m = 106.365$ $\eta = 751.644$ $\gamma = 775.044$	2854.981

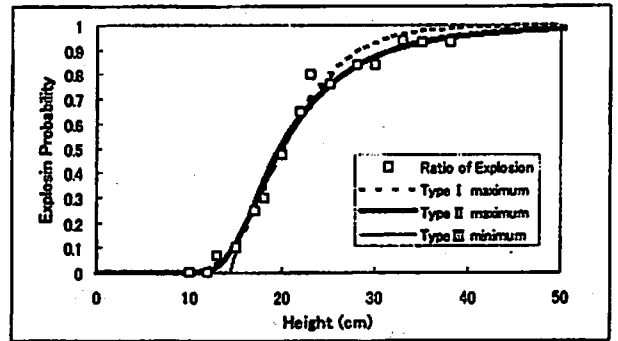


Fig. 4 Application of statistical models to RDX test results

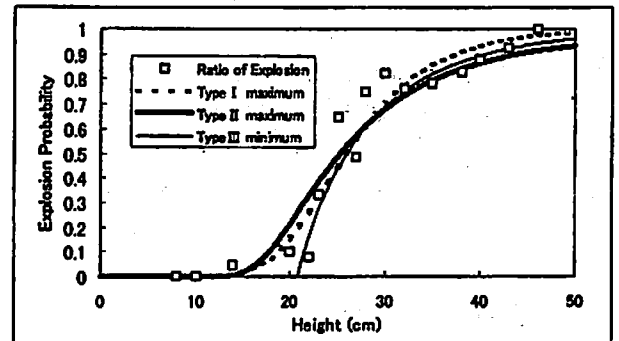


Fig. 5 Application of statistical models to PETN test results

Table 8 Parameter and *AIC* values of statistical models for Picric Acid test results

Model	Parameter	<i>AIC</i>
Logistic	$\alpha = -1.688$ $\beta = 0.033$	2239.049
Type I minimum extreme	$\lambda = 0.210$ $a = 1.561$	2251.208
Type II minimum extreme	$m = 6.000$ $\eta = 214.223$ $\gamma = 290.776$	2270.765
Type III minimum extreme	$m = 1.116$ $\eta = 62.880$ $\gamma = 0.000$	2225.306
Type I maximum extreme	$\lambda = 0.027$ $a = 0.964$	2230.662
Type II maximum extreme	$m = 1.195$ $\eta = 30.608$ ($\gamma = 0.000$)	2218.650
Type III maximum extreme	$m = 47.128$ $\eta = 1987.108$ $\gamma = 2022.969$	2235.055

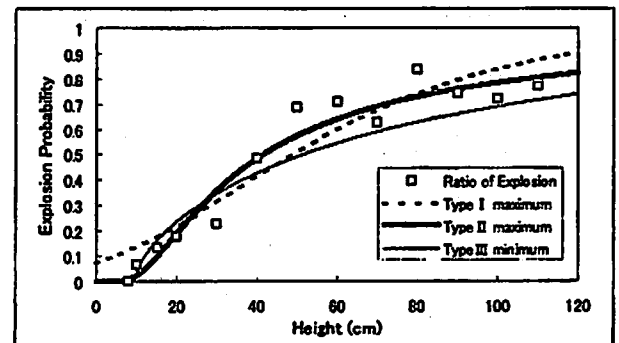


Fig. 6 Application of statistical models to Picric Acid test results

*AIC*の値を示す。*AIC*の値を比較すると、全ての物質の試験結果に対してType II極大値分布のあてはまりが最もよく、Type III極小値分布、Type I極大値分布がそれに続いていることが分かる。ただし、Type II極大値分布のパラメータ m , η , γ の推定においては、いずれの物質の試験結果に対しても、 γ の値を0に固定し残りのパラメータ m , η を推定した場合の方が *AIC* の値がよくなった。したがって、Table 6, 7, 8にはこの場合の値を示してある。*AIC*による評価に続いて、これらの統計的モデルが実際に、試験結果を適切に表現しているかどうかを検討した。Fig. 4, 5, 6にそれぞれ、各物質の試験結果に対してこ

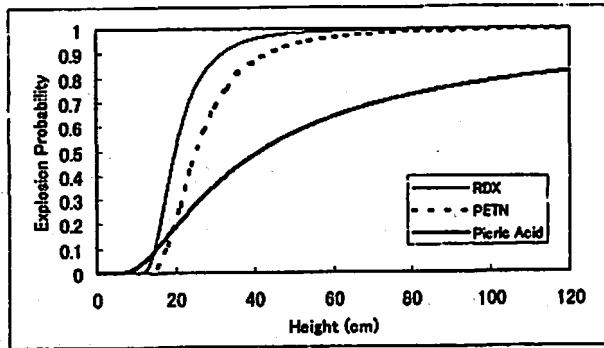


Fig.7 Application of Type II maximum extreme distribution to RDX, PETN and Picric Acid test results

れら3つのモデルを適用した結果を示す。Fig. 4, 5において、Type III極小値分布は、爆発を観測しているにも関わらず爆発確率が0と表現している部分が存在する。したがってこの場合、Type III極小値分布はモデルとして不適切であるといえる。Fig. 6においてType I極大値分布は、刺激を与えていない落高0 (cm)での爆発確率を約0.08と示していることから、モデルとして不適切であることが分かる。Type II極大値分布は、いずれの物質の試験結果についても、AICの値による評価が良好であり、かつ適切に試験結果を表現していることが分かる。以上より、本研究における実験試料についての落槌感度試験結果は、Type II極大値分布による表現が妥当であるといえる。

Type II極大値分布における m は形状母数とよばれ、この値により分布の形状が定まる。 η は尺度母数とよばれ、分布のスケールを変化させる役割がある。したがって、物質の感度の違いは、形状母数 m と尺度母数 η の違いにより説明できる。より多くの物質について形状母数 m を調べていけば、爆発物のグループ化が可能となるのではないかと予想される。

Fig. 7は、3つの物質の試験結果にType II極大値分布を適用したものである。Fig. 7より、例えば爆発確率0.5に対応する落高に着目すると、その大きさはピクリン酸、PETN、RDXという順序になっている。一方、爆発確率0.1以下においては、対応する落高の順序が逆転していることが分かる。したがって、落槌感度試験結果を特定の爆発確率のみで評価することは、場合によっては物質の危険性を見誤る可能性があることが分かる。本研究の知見は、落槌感度試験結果をType II極大値分布で定式化することにより、Fig. 7のような臨界ストレス値の分布の全体像を得ることを可能としている。さらにTable 9に示すように、任意の爆発確率に対し、その値に対応する落高を求める

Table 9 Height of falling hammer corresponding to arbitrary probabilities on Type II maximum extreme distribution

Probability	RDX	PETN	Picric Acid
1/20	13.8 (cm)	16.5 (cm)	12.2 (cm)
1/10	14.7 (cm)	17.8 (cm)	15.2 (cm)
1/6	15.7 (cm)	19.1 (cm)	18.8 (cm)
1/2	19.9 (cm)	25.2 (cm)	41.6 (cm)

ことも可能としている。

その一方、分布の裾の様子を厳密に把握するためには、試験回数が十分ではないということを問題点としてあげることができる。リスクマネジメントの観点に立つと、たとえあるストレス値に対する爆発確率が数万分の1、数十万分の1といった微小な値であっても、爆発により重大な被害を及ぼす可能性がある以上、これら分布の裾に対応する情報は極めて重要であるといえる。このような微小な爆発確率に関する評価を行なうためには、膨大な試験回数を必要とするであろうが、本研究で実施した試験回数は1物質に対して合計でも数百回程度であり、決して十分な試験回数であるとはいえない。しかし今回、実験試料として取り上げた物質は爆発性物質の代表的なものであり、いずれの場合も、臨界ストレス値の統計的モデルとしてType II極大値分布が最も妥当であることを本研究では示唆している。さらに、爆発のメカニズムを表現する統計的モデルとしては、本研究で取り上げた候補以外のものの想定は不自然であると思われ、他の同様の物質についても、臨界ストレス値の分布がType II極大値分布にしたがうのではないかと予想することができる。

5. 結論

本研究では、落槌感度試験の結果に基づき、統計的モデルの提案を行なった。ニトラミン、硝酸エステル、芳香族ニトロ化合物の代表としてそれぞれ、RDX、PETN、ピクリン酸を実験試料としてとりあげ、AICにより統計的モデルのあてはまりのよさを比較すると共に、統計的モデルが試験結果を適切に表現しているかどうかを検討した。その結果、本研究で実験試料とした物質に関しては、臨界ストレス値(爆発を起こす限界刺激量)の分布を、Type II極大値分布により表現できることを示した。

その他の爆発性物質についても、刺激量に対する爆発確率はType II極大値分布にしたがうのではないかと予想しており、今後検討していきたいと考えている。

文 献

- 1) 工業火薬協会編, 「火薬ハンドブック」, P. 224 (1987), 共立出版
- 2) W. J. Dixon, A. M. Mood, JASA, 43, 109(1948)
- 3) S. Efromovich, E. V. Thomas, Technometrics, 38, 50, (1996)
- 4) 谷津進, 宮川雅巳, 「品質管理」, P. 69(1988), 朝倉書店
- 5) 市田嵩, 鈴木和幸, 「信頼性の分布と統計」, P. 51 (1984), 日科技連
- 6) N. R. Draper and H. Smith, "Applied Regression Analysis", P. 262(1966), John Wiley & Sons Inc.
- 7) 久米均, 飯塚悦功, 「回帰分析」, P. 159(1987), 岩波書店
- 8) D. R. Cox, "The Analysis of Binary Data", (1970), Chapman and Hall Ltd.
- 9) J. M. Landwehr, D. Pregibon, and A. C. Shoemaker, JASA, 79, 61(1984)
- 10) 波多野日出男, 吉沢二千六, 矢橋英郎, 和田有司, 田村昌三, 細谷文夫, 吉田忠雄, 工業火薬, 51, 70(1990)
- 11) 矢橋英郎, 和田有司, 吉沢二千六, 田村昌三, 細谷文夫, 吉田忠雄, 工業火薬, 51, 99(1990)
- 12) 細谷文夫, 周興喜, 波多野日出男, 吉沢二千六, 田村昌三, 吉田忠雄, 工業火薬, 52, 121(1991)
- 13) 周興喜, 波多野日出男, 和田有司, 委沢俊雄, 細谷文夫, 田村昌三, 吉田忠雄, 工業火薬, 52, 363(1991)
- 14) 竹山象三, 火薬学会誌, 56, 227(1995)

Statistical model of critical stress value for falling hammer test results

Masamichi ISHIGUCHI*, Yoshikazu OJIMA**, Mitsuaki IIDA***
Masatake YOSHIDA***, Atsumi MIYAKE* and Terushige OGAWA*

This paper proposes a statistical model of critical stress value based on an analysis test results of falling hammer tests for three kinds of explosives. Logistic distribution and three extreme distributions are considered as the candidates of the statistical models, and are compared their adequacy using Akaike's Information Criterion (AIC). The explosives tested are RDX, PETN and Picric Acid, which can be regarded as typical chemicals of nitramines, nitrates and aromatic nitro compounds, respectively. The Type II maximum extreme distribution (Frechet distribution) is found to be the most appropriate model to represent the relationship between the probability of explosion and the stimuli in the falling hammer test.

(*Department of Safety Engineering, Yokohama National University, 79-5, Tokiwadai, Hodogaya-ku, Yokohama 240-8501, JAPAN

**Department of Industrial Administration, Science University of Tokyo, 2641, Yamazaki, Noda, 278-8510, JAPAN

***National Institute of Materials and Chemical Research, 1-1, Higashi, Tsukuba, 305-8565, JAPAN)